

[최고의 수험물리 전문가]

윤형철

변리사 탄탄물리

[개념+기출]

— 13장 자기장 —

“물리는 외우는 과목이 아니라 생각하는 과목입니다.”

세 가지 강의 철학

목차

— 성장기반 물리

(Grow-based Physics)

— 취사선택 물리

(Cut-off Strategy Physics)

— 생각하는 물리

(Thinking Physics)



물리

윤형철 교수

물리 윤형철 교수입니다.

약력

전남과학고등학교 졸업
서울대학교 사범대학 물리교육과 졸업

전 대치 미래탐구
전 대치 새움학원
현 대치 링크물리
현 변리사스쿨 물리 전문교수

개념 POINT

[전기 개관]

물리현상 (문제상황)	→ 물리량	물리법칙
전기현상	① 전하 ② 전기력 ③ 전기장 ④ 전기 퍼텐셜에너지 ⑤ 전기 퍼텐셜(전위) ⑥ 전기 퍼텐셜차(전위차)	쿨롱의 법칙 가우스 법칙

I. 자기장

개념 POINT

1. 서론

양전하와 음전하가 전기장을 만들기 때문에 N극과 S극 같은 자기홀극이 자기장을 만들 것으로 생각하기 쉽다. 그러나 자기홀극은 아직도 발견되지 않았다. 그렇다면 자기장은 어떻게 만들어질까? 다음의 두 가지 방법이 있다.

- (1) 전류가 만드는 자기장 - 대전 입자의 운동
- (2) 소립자 고유의 자기장 - 물질의 기본 특성

2. 정의

전기장과는 달리 자기장에서는 자기홀극이 아직도 발견되지 않았으므로, 자기장을 구하려는 위치에 대전입자를 여러 속력으로 발사하여 그 위치에서 입자에 작용하는 자기력을 측정하여 다음과 같이 자기장을 정의한다.

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}, \quad F_B = |q|vB\sin\theta, \quad B = \frac{F_B}{|q|v\sin\theta}$$

즉, 자기장 \vec{B} 안에서 속도 $\vec{F}_B\vec{v}$ 로 움직이는 대전입자에 작용하는 자기력 \vec{F}_B 는 항상 \vec{v} 와 \vec{B} 에 수직이다. 자기력 \vec{F}_B 는 어떤 경우에도 대전입자의 속도 \vec{F}_B 와 나란한 성분을 가질 수 없다. 즉, 자기력 \vec{F}_B 로는 속도 \vec{F}_B 의 크기를 변화시키지 못하므로 입자의 운동에너지를 변화시킬 수 없다. 따라서 자기력은 단지 \vec{F}_B 의 방향만을 바꿀 뿐이다.

3. 성격 - 벡터

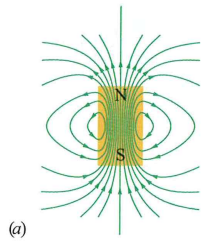
- (1) 크기 : $B = \frac{F_B}{|q|v\sin\theta}$
- (2) 방향 : 오른손 규칙

4. 단위

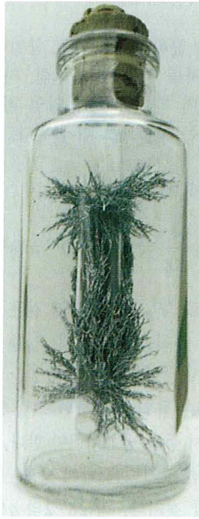
$$\frac{N}{C \cdot (m/s)} = \frac{N}{A \cdot m} = T = 10^4 G \quad (1 \text{ 테슬라} = 10^4 \text{ 가우스})$$

II. 자기장선

개념 POINT

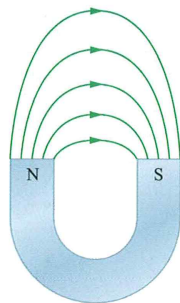


(a)

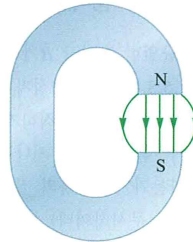


(b)

그림 28-4 (a) 막대자석의 자기장선. (b) 소(cow) 자석. 소가 우연히 쇠 부스러기를 섭취하였을 때 그것이 장으로 들어가는 것을 예방하기 위하여 소의 위 속으로 밀어 넣는 막대자석. 자석의 끝에 달라붙는 쇠가루의 모양을 보면 자기장선을 알 수 있다.



(a)



(b)

그림 28-5 (a) 말굽자석과 (b) C자형 자석의 외부 자기장선.

자기장선은 북극에서 나와서 남극으로 들어간다.

자기장선 전기장처럼 자기장을 자기장선으로 나타낼 수 있으며 전기장선과 비슷한 규칙을 적용할 수 있다. 즉, (1) 자기장선 위 한 점에서의 접선방향은 그 점에서 \vec{B} 의 방향이다. (2) 자기장선 사이의 간격은 \vec{B} 의 크기를 나타낸다. 자기장선이 촘촘한 지역에서 자기장이 세고, 성근 지역에서 자기장이 약하다.

그림 28-4a는 막대자석 근처의 자기장을 자기장선으로 나타낸 것이다. 모든 자기장선들은 막대자석을 통과하고 닫힌 고리를 형성한다. 막대자석 밖을 보면 막대자석의 양끝에서 자기장선 사이의 간격이 가장 촘촘하므로 자기장이 가장 세다. 따라서 그림 28-4b처럼 막대자석은 주로 자석의 양쪽 끝에서 쇠붙이를 끌어 모은다.

자기장선은 자석의 한 끝에서 나와서 다른 끝으로 들어간다. 자기장선이 나오는 자석의 끝을 북극(N)이라 부르며 들어가는 끝을 남극(S)이라고 부른다. 냉장고 문에 메모지를 붙이기 위해 사용하는 자석들은 작은 막대자석이다. 그림 28-5는 흔히 볼 수 있는 두 종류의 자석이다. 하나는 말굽자석이고 다른 하나는 자석의 두 극면들이 마주 보도록 C자 모양으로 구부러진 자석이다. 그러나 자석의 모양에 상관없이 두 개의 자석을 서로 가까이 하면 다음을 알 수 있다.



다른 극들은 서로 잡아당기고 같은 극들은 서로 밀어낸다.

III. 교차장

개념 POINT

1. 전자의 발견

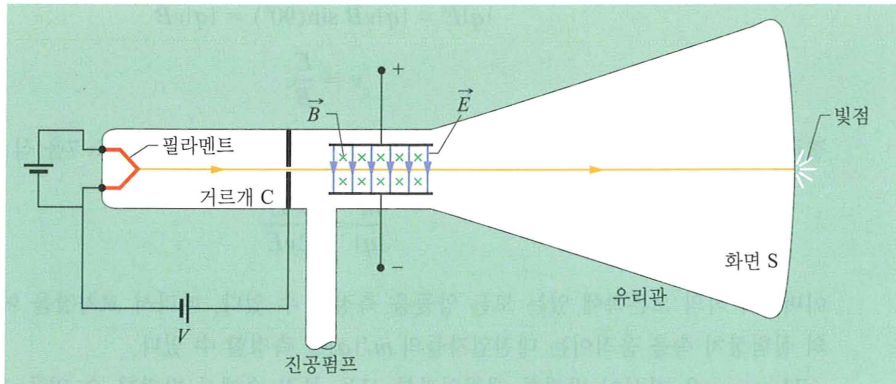


그림 28-7 전자의 질량과 전하의 비율을 측정한 J.J. Thomson의 장치를 현대화한 실험장치. 편향판 단자에 전지를 연결하여 전기장 \vec{E} 가 화살표 방향으로 걸려 있다. (그림에 보이지 않는) 줄고리에 전류를 흘려서 자기장 \vec{B} 도 걸려 있다. 자기장의 방향은 지면으로 들어가는 방향이며, 화살 끝의 깃털을 상징하는 \times 로 표시되어 있다.

$$|q|E = |q|vB \sin(90^\circ) = |q|vB$$

$$v = \frac{E}{B}.$$

2. Hall 효과

전자살은 진공에서 자기장에 의해서도 휘 수 있다. 그렇다면 구리도선 속을 흐르는 전도전자들도 자기장에 의해서 휘 수 있을까? 1879년에 당시 존스 홉킨스 대학의 대학원생이었던 24살의 Edwin Hall은 그럴 수 있다는 것을 실험적으로 증명하였다. **Hall 효과**는 전도체에서 전하운반자의 부호뿐만 아니라 전하운반자의 밀도를 측정할 수 있는 간단하면서도 매우 중요한 실험이다.

그림 28-8a에서 폭이 d 인 구리도선의 위에서 아래로 전류 i 가 흐르고 있다. 전하운반자는 전자이며 아래에서 위쪽으로 유동속력 v_d 로 움직인다. 그림 28-8a와 같은 상황에서 지면으로 들어가는 외부 자기장을 걸었다고 하자. 이때 식 28-2의 자기력 \vec{F}_B 가 전자에 작용하여 전자가 오른쪽으로 밀려갈 것이다.

그 후 시간이 지나면서 전자들이 점점 오른쪽 가장자리로 모이며 왼쪽 가장자리에는 양전하가 남는다. 이러한 양전하와 음전하의 분리는 그림 28-8b처럼 왼쪽에서 오른쪽으로 향하는 전기장 \vec{E} 를 만든다.

이렇게 만들어진 전기장은 전자에 전기력 \vec{F}_E 를 가하여 왼쪽으로 밀게 된다. 따라서 전자에 작용하는 전기력이 원래의 자기력을 상쇄시킬 때까지 커져서 곧바로 두 힘이 균형을 이루는 평형상

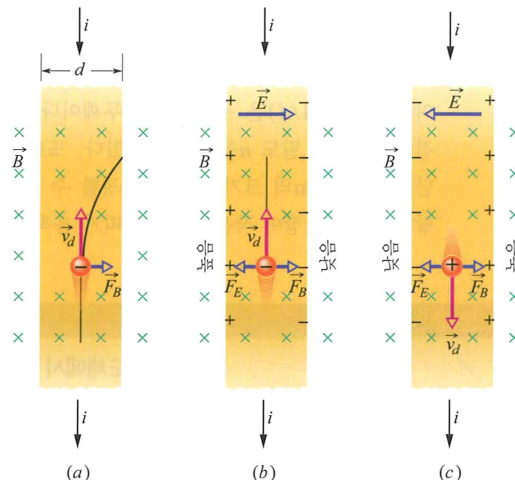


그림 28-8 전류 i 가 흐르는 구리도선이 자기장 \vec{B} 안에 놓여 있다. (a) 자기장을 건 직후에 움직이는 전자가 따르게 되는 휘 경로가 그려져 있다. (b) 평형상태. 음전하들이 오른쪽 가장자리에 쌓이고, 왼쪽 가장자리에는 양전하가 남아서 왼쪽 가장자리가 오른쪽 가장자리보다 전기퍼텐셜이 높아진다. (c) 전류의 방향은 같지만 전하운반자가 양전하를 가지고 있다면 양전하들이 오른쪽 가장자리에 쌓여서 오른쪽 가장자리의 전기퍼텐셜이 더 높다.

태에 이르게 된다. 즉 그림 28-8b처럼 자기장 \vec{B} 에 의한 힘과 전기장 \vec{E} 에 의한 두 힘이 균형을 이루면서 더 이상 전자들이 한쪽에 쌓이지 않으면 전기장 \vec{E} 가 더 이상 증가하지 않게 되어 전도 전자들은 유동속도 \vec{v}_d 로 위 방향으로 움직인다. 이 효과를 Hall 효과라 한다.

Hall 퍼텐셜차 V 는 폭이 d 인 구리도선 양끝 사이에 형성된 전기장의 크기와 다음과 같은 관계가 있다(식 24-42 참조).

$$V = Ed. \quad (28-9)$$

이제 구리도선의 양끝 사이에 전압계를 연결하면 전기퍼텐셜차를 측정할 수 있고, 어느 곳의 전기퍼텐셜이 높은지 알 수 있다. 그림 28-8b와 같은 상황에서는 왼쪽 가장자리의 전기퍼텐셜이 높으므로 전하운반자의 부호가 음인 것을 확인할 수 있다.

한편 그림 28-8c처럼 전하운반자가 양전하라고 가정하면 전하운반자들이 위에서 아래로 움직이고, 자기력 \vec{F}_B 에 의해서 오른쪽으로 밀리게 되어 오른쪽 가장자리의 전기퍼텐셜이 높아질 것이다. 이때 전압계를 연결하여 전기퍼텐셜차를 측정할 수 있을 것이다. 따라서 전압계로 측정한 전기퍼텐셜의 크기, 즉 Hall 효과로 전하운반자의 부호를 간단하게 결정할 수 있다.

이번에는 Hall 효과를 정량적으로 살펴보자. 그림 28-8b처럼 전기력과 자기력이 균형을 이루고 있을 때 식 28-1과 28-3으로부터

$$eE = ev_d B \quad (28-10)$$

임을 알 수 있으며, 식 26-7로부터 유동속력 v_d 는 다음과 같다.

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{i}{neA}. \quad (28-11)$$

여기서 $J(=i/A)$ 는 전류밀도, A 는 단면적, n 은 전하운반자의 밀도, 즉 단위부피당 전하의 수이다.

식 28-10의 E 에 식 28-9를 대입하고, v_d 에는 식 28-11을 대입하면 다음을 얻는다.

$$n = \frac{Bi}{Vle}. \quad (28-12)$$

여기서 $l(=A/d)$ 은 구리도선의 두께이다. 이 방정식을 이용하면 Hall 효과로 측정한 값들에서 전하운반자의 밀도 n 을 구할 수 있다. 또한 Hall 효과를 이용하여 전하운반자의 유동속력 v_d 도 단위시간당 cm의 크기로 직접 측정할 수 있다. Hall 실험에서는 전하운반자의 유동속도와 반대 방향으로 자기장이 작용하여 금속띠가 움직이게 된다.

IV. 원운동하는 대전입자

그림 28-10은 전하의 원운동이다. 전자총 G에서 나온 전자살이 상자 속으로 입사한다. 전자들은 속력 v 로 지면에서 나오는 방향의 자기장 \vec{B} 속에서 움직인다. 이때 자기력 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ 에서

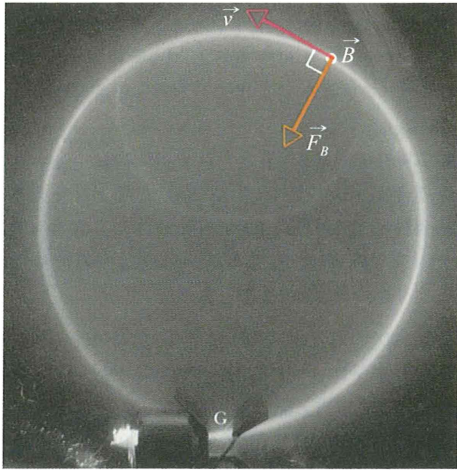


그림 28-10 저압 기체가 들어 있는 상자 속에서 전자가 원궤도를 돌면서 빛을 내고 있다. 크기가 일정하고 지면에서 나오는 방향의 자기장 \vec{B} 에 의해서 자기력 \vec{F}_B 가 원의 중심을 향한다.

\vec{v} 와 \vec{B} 가 서로 수직이므로 전자는 원궤도를 돌게 된다(사진에서 전자의 경로를 볼 수 있는 이유는 상자 속의 원자들이 원운동을 하는 전자들과 충돌하면서 빛을 방출하기 때문이다).

속력 v 로 자기장 \vec{B} 에 수직하게 원운동하는 전하 q , 질량 m 인 입자의 원운동을 생각해 보자. 식 28-3으로부터 입자에 작용하는 힘의 크기는 $F_B = |q|vB$ 이다. 여기에 Newton의 제2법칙($F = ma$)을 등속 원운동에 적용하면 (식 6-18 참조)

$$F = m \frac{v^2}{r} \quad (28-14)$$

이므로, 이 식을 자기력에 적용하여 다음을 얻는다.

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r}. \quad (28-15)$$

이제 r 에 대해서 풀면 원궤도의 반지름은

$$r = \frac{mv}{|q|B} \quad (\text{반지름}) \quad (28-16)$$

이다. 주기 T 는 원둘레를 속력으로 나눈 값이다. 즉, 다음과 같다.

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B} \quad (\text{주기}). \quad (28-17)$$

또한 진동수 f (단위시간당 회전수)는

$$f = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m} \quad (\text{진동수}) \quad (28-18)$$

이며, 각진동수 ω 는 다음과 같다.

$$\omega = 2\pi f = \frac{|q|B}{m} \quad (\text{각진동수}). \quad (28-19)$$

T , f 및 ω 는 (입자의 속력이 광속보다 매우 작은 범위 내에서) 입자의 속력과 무관하다. 따라서 빠른 입자는 큰 원을 그리며 느린 입자는 작은 원을 그린다. 그러나 전하 대 질량의 비율 $|q|/m$ 이 같은 모든 입자들은 한 바퀴를 도는 데 같은 시간 T (주기)가 걸린다. 자기장 \vec{B} 의 방향으로 바라보면 양전하를 가진 입자들은 반시계방향으로, 음전하를 가진 입자들은 시계방향으로 원운동

하는 것을 식 28-2에서 알 수 있다.

자기장 속에서 대전입자의 균일한 원운동

그림 28-12는 이온의 질량을 재는 질량분석기의 기본 구조이다. 질량 m , 전하 q 의 이온이 샘 S 에서 만들어진 다. 처음에 정지해 있던 이온이 전기퍼텐셜차 V 로 걸어

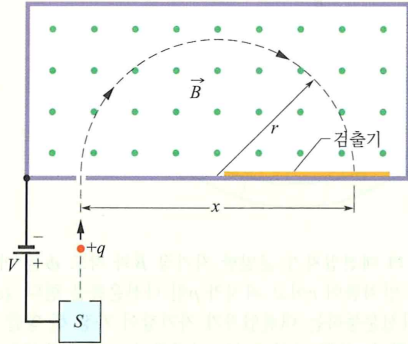


그림 28-12 질량분석기의 기본구조. 양이온이 S 에서 나와 전기퍼텐셜차 V 에 의해서 가속된 후 자기장 B 가 걸려 있는 상자 속으로 들어간다. 상자 속에서 반지름 r 의 반원을 따라 움직인 후 입사된 자리로부터 거리 x 인 곳에 부딪힌다.

게 만들어서, 이온은 입사실로부터 거리 x 인 사진 건판 위의 한 점을 때리게 된다. $B = 80.000 \text{ mT}$, $V = 1000.0 \text{ V}$ 이고, 전하 $q = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$ 의 이온이 $x = 1.6254 \text{ m}$ 인 점을 때린다고 하자. 각 이온의 질량 m 은 원자질량단위 ($1\text{u} = 1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$)로 얼마인가?

요점: (1) 대전입자가 원운동을 하므로, 이온의 질량 m 과 경로의 반지름 r 은 식 28-16, $r = mv/qB$ 로 주어진다. 그림 28-12로부터 $r = x/2$ 이고 자기장의 크기 B 는 알고 있다. 그러나 전기퍼텐셜차 V 에 의해서 가속된 이온의 속도를 모른다. (2) x 와 V 를 관련 맺기 위하여 가속되는 동안에 역학에너지($E_{\text{mec}} = K + U$)가 보존된다는 사실을 이용해야 한다.

준 전기장에 의해서 가속된다. 이온은 S 를 떠나 이온의 경로에 수직인 균일한 자기장이 걸려 있는 상자 속으로 들어간다. 이때 자기장은 이온이 반원을 따라 원운동하

속력 구하기: 이온이 샘에서 나올 때에는 속도가 거의 0이며 가속이 끝난 후의 운동에너지는 $\frac{1}{2}mv^2$ 이다. 또한 가속되는 동안에 양이온은 $-V$ 만큼의 전기퍼텐셜의 변화를 겪는다. 또한 이온이 양전하 q 를 가지고 있기 때문에 퍼텐셜에너지의 변화는 $-qV$ 이다. 역학에너지 보존 법칙에서

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

이므로

$$\frac{1}{2}mv^2 - qV = 0$$

이다. 따라서 속력 v 는 다음과 같다.

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}. \quad (28-21)$$

질량 구하기: 이 결과를 식 28-16에 넣으면

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

를 얻는다. 따라서 x 는 다음과 같다.

$$x = 2r = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}.$$

이 식을 m 에 대하여 풀고 주어진 값들을 넣으면 다음과 같이 양이온의 질량을 얻는다.

$$\begin{aligned} m &= \frac{B^2 q x^2}{8V} \\ &= \frac{(0.080000 \text{ T})^2 (1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}) (1.6254 \text{ m})^2}{8(1000.0 \text{ V})} \\ &= 3.3863 \times 10^{-25} \text{ kg} = 203.93 \text{ u}. \end{aligned} \quad \boxed{\text{답}}$$

개념 POINT

V. 전류가 흐르는 도선에 작용하는 자기력

개념 POINT

Hall 효과에서 자기장이 도선 안의 전도전자에게 옆 방향의 힘을 작용하는 것을 알 수 있었다. 이때 전도전자들이 도선 밖으로 나갈 수 없으므로 이 힘은 도선 자체에 전달되어야 한다.

그림 28-14a에서 양끝이 고정되고 전류가 흐르지 않는 도선이 수직방향의 자기장 속에 놓여 있다. 여기서 자기장은 지면에서 나오는 방향이다. 그림 28-14b처럼 전류가 위쪽으로 흐르면 도선은 오른쪽으로 휘는. 그림 28-14c는 전류의 방향이 반대로 바뀌면서 도선이 왼쪽으로 휘는 그림이다.

그림 28-15는 그림 28-14b의 도선의 내부에서 무슨 일이 일어나는지 나타낸다. 아래쪽으로

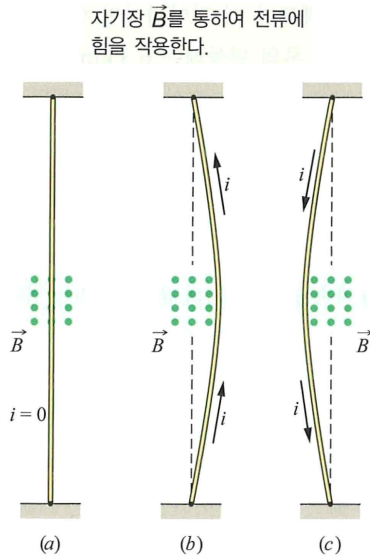


그림 28-14 도선이 자석의 두 극면 사이에 놓여 있다. (a) 도선에 전류가 흐르지 않을 때 도선은 반듯하다. (b) 전류가 위 방향으로 흐르면 도선은 오른쪽으로 휘는. (c) 전류가 아래 방향으로 흐르면 도선은 왼쪽으로 휘는.

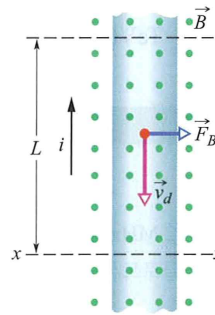


그림 28-15 그림 28-14b의 도선 일부분을 가까이에서 본 그림. 전류의 방향은 위쪽이며 전자들은 아래쪽으로 이동한다. 지면에서 나오는 자기장이 도선을 오른쪽으로 휘게 만든다.

움직이는 전자의 유동속도를 v_d 라고 하고, 전자들 중의 하나를 살펴보자. 식 28-3에 의하면 $\phi = 90^\circ$ 이므로 전자에 작용하는 힘 \vec{F}_B 의 크기는 $ev_d B$ 이다. 식 28-2에 의하면 이 힘은 오른쪽 방향으로 작용한다. 따라서 그림 28-14b처럼 도선은 전체적으로 오른쪽으로 힘을 받는다.

만약 그림 28-15에서 자기장의 방향이나 전류의 방향을 바꾸면 도선에 작용하는 힘의 방향이 바뀌게 된다. 이때 음전하가 아래로 흐르거나 양전하가 위로 흘러도 전류의 방향이 같으므로, 도선에 작용하는 힘의 방향은 항상 같다. 따라서 전류를 양전하의 흐름이라고 생각해도 괜찮다.

그림 28-15처럼 길이가 L 인 도선의 일부를 생각해 보자. 이 부분의 도선 안에 있는 전자들은 시간 $t = L/v_d$ 동안에 그림 28-15의 xx 평면을 지난다. 따라서 이 시간 동안에 평면을 지나가는 전하의 양은 다음과 같다.

$$q = it = i \frac{L}{v_d}.$$

이것을 식 28-3에 넣으면

$$F_B = qv_d B \sin \phi = \frac{iL}{v_d} v_d B \sin 90^\circ$$

$$\text{즉,} \quad F_B = iLB \quad (28-25)$$

를 얻는다. 이 식은 자기장 \vec{B} 안에서 자기장에 수직방향으로 전류 i 가 흐르는 길이 L 의 반듯한 도선에 작용하는 힘이다. 만약 그림 28-16처럼 자기장이 도선에 수직하지 않으면 자기력은 식 28-25의 일반적인 표현식인

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B} \quad (\text{전류에 작용하는 힘}) \quad (28-26)$$

이다. 여기서 \vec{L} 은 크기가 L 이고 전류의 방향으로 도선에 나란한 길이벡터이다. 힘의 크기 \vec{F}_B 는

힘은 자기장과 길이에
모두 수직이다.

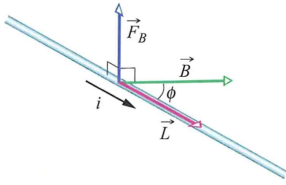


그림 28-16 전류 i 가 흐르는 도선이 자기장 \vec{B} 와 각도 ϕ 를 이룬다. 자기장 안에 들어 있는 도선의 길이는 L 이고 길이벡터 \vec{L} 은 전류의 방향과 나란하다. 이때 자기력 $\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$ 가 도선에 작용한다.

$$F_B = iLB \sin \phi \quad (28-27)$$

이고, ϕ 는 \vec{L} 과 \vec{B} 사이의 각도이다. \vec{F}_B 의 방향은 전류 i 를 양으로 취급하기 때문에 벡터곱 $\vec{L} \times \vec{B}$ 의 방향과 같다. 식 28-26에 의하면, 그림 28-16처럼 \vec{F}_B 는 항상 두 벡터 \vec{L} 과 \vec{B} 가 만드는 평면에 수직이다.

식 28-26은 식 28-2와 동등하며 두 방정식 모두 자기장 \vec{B} 의 정의식으로 볼 수 있지만, 실제로는 식 28-26으로 자기장 \vec{B} 를 정의한다. 운동하는 전하 하나에 작용하는 자기력보다는 도선에 작용하는 자기력을 측정하는 것이 훨씬 쉽기 때문이다.

도선이 직선이 아니거나 자기장이 고르지 않으면 도선을 작은 직선 조각들로 이루어져 있다고 가정하여 각각의 직선 조각에 식 28-26을 적용할 수 있다. 도선에 작용하는 전체 힘은 도선을 구성하는 각 조각들에 작용하는 모든 힘들의 벡터합이다. 미분식으로는

$$d\vec{F}_B = i d\vec{L} \times \vec{B} \quad (28-28)$$

로 표기할 수 있다. 어떤 모양의 전류 배열에 대해서도 식 28-28을 적분하면 작용하는 전체 힘을 알아낼 수 있다.

개념 POINT

VI. 전류고리에 작용하는 토크

개념 POINT

LU U

주위에서 흔히 볼 수 있는 전동기가 일을 할 수 있는 기본 원리는 앞 절에서 배운 자기력, 즉 전류가 흐르는 도선에 자기장이 가하는 힘이다.

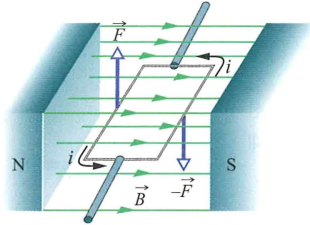


그림 28-18 전동기의 구성요소, 고정축에 대하여 자유롭게 회전할 수 있는 직사각형 전류고리가 자기장 안에 놓여 있다. 도선에 작용하는 자기력이 전류고리를 회전시키는 토크를 만든다. 토크의 방향이 항상 같아지도록 전류고리가 반회전할 때마다 그림에는 보이지 않는 정류자가 전류의 방향을 바꾼다.

그림 28-18은 자기장 \vec{B} 속에서 단일 전류고리로 구성된 간단한 전동기이다. 두 자기력 \vec{F} 와 $-\vec{F}$ 는 전류고리를 중앙의 고정축 주위로 회전시키려는 토크를 만든다. 자기장이 어떻게 전류고리에 작용하여 회전운동을 일으키는 가를 살펴보자.

전류 i 가 흐르는 두 변의 길이가 각각 a 와 b 인 직사각형 전류고리가 자기장 \vec{B} 안에 그림 28-19a처럼 놓여 있다. 1과 3으로 표시된 긴 변(a)들이 지면으로 들어가는 방향의 자기장과 수직이 되고, 2와 4로 표시된 짧은 변(b)들은 수직이 되지 않도록 자기장 안에 놓는다. 자기장 안에서 전류고리의 방향을 정하기 위하여 전류고리 면에 수직인 벡터 \vec{n} 을 사용한다. 그림 28-19b는 \vec{n} 의 방향을 구하는 오른손 규칙이다. 전류고리 위의 어느 점에서든지 전류가 흐르는 방향으로 오른손 손가락들을 구부리면 엄지가 바로 수직벡터 \vec{n} 의 방향을 가리킨다.

전류고리의 수직벡터 \vec{n} 은 그림 28-19c처럼 자기장 \vec{B} 와 각도 θ 를 이룬다. 이렇게 놓여 있는 상태에서 전류고리에 작용하는 알짜 힘과 알짜 토크를 구하고자 한다.

알짜 힘은 전류고리의 네 변에 작용하는 힘들의 벡터합이다. 변 2를 보면 식 28-26의 벡터 \vec{L} 이 전류의 방향을 가리키고 크기는 b 이다. 변 2에 대한 \vec{L} 과 \vec{B} 의 사이각은 $90^\circ - \theta$ 이다. 따라서 변 2에 작용하는 힘의 크기는 다음과 같다.

$$F_2 = ibB \sin(90^\circ - \theta) = ibB \cos \theta. \quad (28-31)$$

변 4에 작용하는 힘 \vec{F}_4 는 \vec{F}_2 와 크기가 같지만 방향이 반대이다. 따라서 \vec{F}_2 와 \vec{F}_4 는 정확히 상쇄된다. 그들의 알짜 힘은 0이며 그들이 공유하는 작용선이 전류고리의 중심을 지나므로 알짜 토크도 0이다.

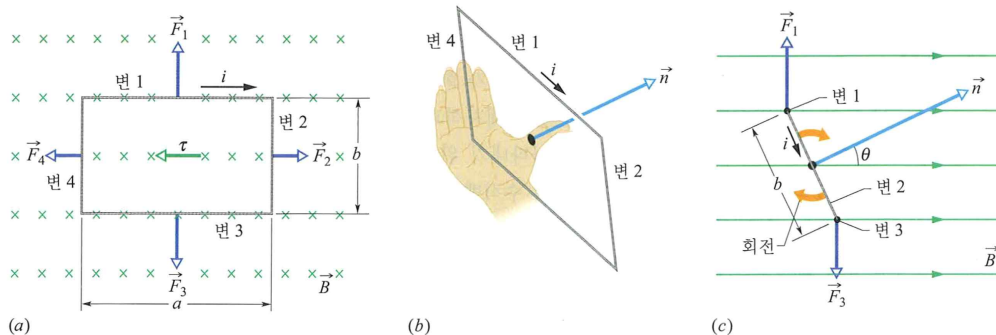


그림 28-19 길이 a , 너비 b 이고, 전류 i 가 흐르고 있는 직사각형 고리가 균일한 자기장 안에 놓여 있다. 토크가 작용하여 수직벡터 \vec{n} 이 자기장 방향과 나란하게 된다. (a) 자기장 방향으로 본 전류고리. (b) 오른손 규칙에 따라 전류고리에 수직인 \vec{n} 의 방향을 보여주는 그림. (c) 전류고리를 변 2쪽에서 본 그림. 전류고리가 회전하는 방향이 표시되어 있다.

변 1과 3에 대해서는 사정이 다르다. 여기서 \vec{L} 이 \vec{B} 에 수직이고, \vec{F}_1 과 \vec{F}_3 의 크기는 모두 iaB 로서 방향이 서로 반대이므로, 전류고리를 위아래로 움직이게 하지 못한다. 그러나 그림 28-19c처럼 두 힘의 작용선이 같지 않으므로 알짜 토크를 만든다. 이 토크는 전류고리의 수직벡터가 자기장 \vec{B} 의 방향과 나란해지도록 전류고리를 회전시킨다. 토크의 모멘트팔은 전류고리의 중심축에 대해서 $(b/2) \sin \theta$ 이다. 따라서 힘 \vec{F}_1 과 \vec{F}_3 가 만드는 토크의 크기 τ' 은(그림 28-19c 참조) 다음과 같다.

$$\tau' = \left(iaB \frac{b}{2} \sin \theta \right) + \left(iaB \frac{b}{2} \sin \theta \right) = iabB \sin \theta. \quad (28-32)$$

이제 하나의 전류고리를 N 개의 전류고리로 이루어진 줄고리로 바꾸자. 각각의 전류고리들은 매우 촘촘히 짝 감겨 있어서 전류고리들 모두가 같은 크기를 갖고 한 평면에 놓여 있다고 가정하자. 그러면 전류고리들은 평면 줄고리를 만들고, 토크가 각각의 전류고리에 작용한다. 따라서 줄고리에 작용하는 전체 토크의 크기는 다음과 같다.

$$\tau = N\tau' = NiabB \sin \theta = (NiA)B \sin \theta. \quad (28-33)$$

여기서 $A(=ab)$ 는 줄고리의 단면적이다. 괄호 안의 양(NiA)은 각각 감은 횟수, 흐르는 전류, 단면적으로 모두 줄고리의 고유한 특성이다. 식 28-33은 자기장이 균일한 경우 고리의 모양에 관계없이 모든 평면 줄고리에 대하여 똑같이 성립한다. 예를 들어 반경 r 인 원형고리인 경우 토크는 다음과 같다.

$$\tau = (Ni\pi r^2)B \sin \theta. \quad (28-34)$$

전류고리의 회전운동은 고리면에 수직인 벡터 \vec{n} 을 추적하는 것이 더 간단하다. 즉, 자기장 안에 놓인 전류고리는 \vec{n} 이 자기장의 방향과 나란해지도록 회전한다. 전동기에서 \vec{n} 이 자기장과 나란해지기 시작할 때 고리의 전류를 반전하면, 토크는 고리를 계속 회전하도록 작용한다. 이와 같은 자동 전류반전은 회전고리와 전기적으로 연결된 정류자에 의해 수행된다.

VII. 자기쌍극자 모멘트

UU IU

토크에 의하여 자기장 안에 놓인 전류고리가 회전한다. 이러한 의미에서 전류고리는 자기장 안에 놓인 막대자석과 같은 역할을 한다. 막대자석과 같이 전류고리도 자기쌍극자라고 부른다. 자기장이 전류고리에 작용하는 토크를 나타내기 위하여 전류고리의 **자기 쌍극자모멘트** $\vec{\mu}$ 를 정의한다. $\vec{\mu}$ 의 방향은 고리가 놓인 평면의 수직벡터 \vec{n} 의 방향이고 그림 28-19처럼 오른손 규칙으로 정한다. 전류 i 의 방향으로 오른쪽 손가락들로 고리를 잡으면 쥘 엄지의 방향이 $\vec{\mu}$ 의 방향이다. $\vec{\mu}$ 의 크기는 다음과 같다.

$$\mu = NiA \quad (\text{자기모멘트}). \quad (28-35)$$

여기서 N 은 고리에 감은 수, i 는 고리에 흐르는 전류, A 는 고리의 단면적이다. 이 방정식으로부터 $\vec{\mu}$ 의 단위가 $A \cdot m^2$ 임을 알 수 있다.

$\vec{\mu}$ 를 사용하여 자기장이 고리에 작용하는 토크에 관한 식 28-33을

$$\tau = \mu B \sin \theta \quad (28-36)$$

로 표기할 수 있다. 여기서 θ 는 $\vec{\mu}$ 와 \vec{B} 사이의 각도이다.

이 식을 벡터방정식으로 표기하면 다음과 같다.

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}. \quad (28-37)$$

이 식은 전기장이 전기쌍극자에 작용하는 토크에 대한 식 22-34와 비슷하다. 즉, 토크는 쌍극자모멘트와 벡터장의 벡터곱이다. 외부 자기장 안에 놓여 있는 자기쌍극자는 자기장 속에서 쌍극자의 방향에 의해 결정되는 **에너지**를 갖는다. 전기쌍극자의 경우 다음과 같이 표현되었다(식 22-38 참조).

$$U(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E}.$$

자기 모멘트벡터는 자기장 방향으로 정렬하려고 한다.

똑같은 방법으로 자기쌍극자의 경우에도 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (28-38)$$

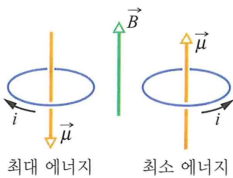


그림 28-20 외부자기장 \vec{B} 속에서 최대와 최소 에너지를 갖는 자기쌍극자(전류고리)의 방향. 그림 28-19b에서 \vec{n} 을 구하는 오른손 규칙을 따라 전류 i 의 방향이 자기 쌍극자모멘트 $\vec{\mu}$ 의 방향을 결정한다.

자기쌍극자는 쌍극자모멘트 $\vec{\mu}$ 가 자기장과 나란할 때 최소 에너지($= -\mu B \cos 0 = -\mu B$)를 갖고 $\vec{\mu}$ 가 자기장과 반대 방향일 때 최대 에너지($= -\mu B \cos 180^\circ = +\mu B$)를 갖는다(그림 28-20 참조). $\vec{\mu}$ 의 단위는 식 28-35의 암페어-제곱 미터 대신에 U 는 줄로, \vec{B} 는 테슬라로 주어진 식 28-38로부터 테슬라당 줄(J/T)이다.

외부에서 토크가 작용하여 자기쌍극자가 초기 방향 θ_i 에서 최종 방향 θ_f 로 회전한다면 자기장이 자기쌍극자에 W_a 의 일을 한다. 쌍극자 위치변화의 시작과 끝에서 쌍극자가 정지해 있다면, 일 W_a 는 다음과 같다.

$$W_a = U_f - U_i. \quad (28-39)$$

표 28-2 자기 쌍극자모멘트

작은 막대자석	5 J/T
지구	8.0×10^{22} J/T
양성자	1.4×10^{-26} J/T
전자	9.3×10^{-24} J/T

여기서 U_i 와 U_f 는 식 28-38을 이용하여 구한다.

이제까지 전류고리가 자기쌍극자임을 확인하였다. 그러나 간단한 막대자석도 회전하는 구형 전하와 같이 자기쌍극자이다. 지구 자체도(어렵잖아) 자기쌍극자이다. 궁극적으로는 전자, 양성자, 그리고 중성자를 포함하여 대부분의 소립자들도 자기 쌍극자모멘트가 있다. 32장에서 배우게 되겠지만 이 모든 양들을 전류고리로 볼 수 있다. 표 28-2에 몇몇 자기

쌍극자모멘트의 크기들이 있다.

VIII. 전류가 만드는 자기장

개념 POINT

그림 29-1은 전류 i 가 흐르는 임의의 도선이다. 도선의 근처 점 P 에서 자기장 \vec{B} 를 구해 보자. 전체 도선을 미소길이 ds 로 나눠서 미소 길이벡터 $d\vec{s}$ 를 정의한다. $d\vec{s}$ 의 크기는 ds 이고 방향은 ds 에서의 전류 방향이다. 이제 미소 전류요소를 $i d\vec{s}$ 로 정의하고 점 P 에서 자기장 $d\vec{B}$ 를 구하고자 한다. 전기장과 마찬가지로 자기장에서도 중첩원리가 적용되는 것이 실험적

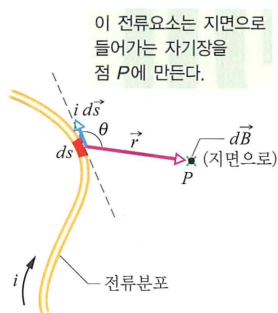


그림 29-1 전류요소 $i d\vec{s}$ 는 점 P 에 미소자기장 $d\vec{B}$ 를 만든다. 점 P 의 \times 표시는 $d\vec{B}$ 의 방향이 지면으로 들어간다는 뜻이다.

으로 증명되었으므로 점 P 에서 전체 자기장 \vec{B} 는 각 전류요소가 만드는 $d\vec{B}$ 의 합, 즉 적분으로 구할 수 있다. 그러나 적분과정이 전기장의 경우보다 더 어렵다. 그 이유는 전기장을 만드는 전하요소 dq 는 스칼라이지만 자기장을 만드는 전류요소 $i d\vec{s}$ 가 스칼라와 벡터의 곱이기 때문이다.

전류요소 $i d\vec{s}$ 가 점 P 에 만드는 자기장 $d\vec{B}$ 의 크기는 다음과 같다.

$$dB = \frac{\mu_0 i ds \sin \theta}{4\pi r^2}. \quad (29-1)$$

여기서 θ 는 $d\vec{s}$ 와 \vec{r} 사이의 각도이고, \vec{r} 은 ds 에서 점 P 까지의 위치벡터이다. μ_0 는 투자상수이며 그 값은 다음과 같다.

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \approx 1.26 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m/A}. \quad (29-2)$$

$d\vec{B}$ 의 방향은 $d\vec{s}$ 와 \vec{r} 의 벡터곱 $d\vec{s} \times \vec{r}$ 의 방향과 같으며, 그림 29-1처럼 지면에 수직으로 들어간다. 따라서 $d\vec{B}$ 의 크기와 방향을 함께 표기하면 다음과 같다.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i d\vec{s} \times \vec{r}}{4\pi r^3} \quad (\text{Biot-Savart의 법칙}). \quad (29-3)$$

이 벡터식과 스칼라 형태인 식 29-1은 Biot-Savart의 법칙으로 알려져 있다. 실험적으로 얻은 이 식은 역제곱법칙에 해당한다(식 29-3에서 분자의 \vec{r} 때문에 분모의 지수가 3이다). 이 법칙을 이용하여 여러 가지 전류분포가 만드는 자기장 \vec{B} 를 구할 수 있다.

긴 직선 도선에 흐르는 전류가 만드는 자기장 전류 i 가 흐르는 도선에서 수직방향으로 거리 R 인 점에 생기는 자기장의 크기가 다음 식과 같이 된다는 것을 조금 뒤에 Biot-Savart의 법칙을 이용하여 증명할 것이다.

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad (\text{긴 직선 도선}). \quad (29-4)$$

위 식을 보면 자기장의 크기가 전류와 수직거리 R 에만 의존함을 알 수 있다. 식의 유도과정에서 자기장선들이 그림 29-2와 그림 29-3의 쇠가루 모양처럼 도선을 중심으로 동심원을 이룬다. 그림 29-2에서 자기장선들 사이의 간격이 도선과의 거리에 비례해서 커진다는 것은 자기장 \vec{B} 의 크기가 $1/R$ 에 비례한다는 뜻이다. 그림에서 두 벡터 \vec{B} 의 크기도 $1/R$ 에 비례한다.

긴 도선의 미소부분과 같은 전류요소가 만드는 자기장의 방향을 간단히 알 수 있는 오른손 규칙은 다음과 같다.



오른손 규칙: 오른손의 엄지를 펴서 그 끝이 전류방향을 향하도록 도선을 잡을 때 나머지 손가락들의 방향이 자기장선의 회전방향과 같다.

어떤 점에서 자기장 벡터는 한 동심원의 접선에 있다.

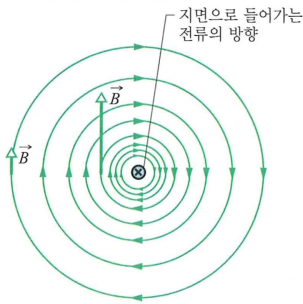


그림 29-2 긴 직선 도선의 전류 i 가 만드는 자기장선은 도선을 중심으로 동심원을 이룬다. 여기서 \times 표시는 전류가 지면으로 들어간다는 뜻이다.

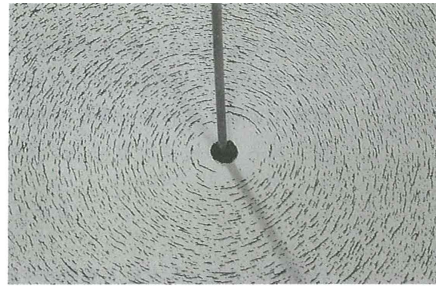
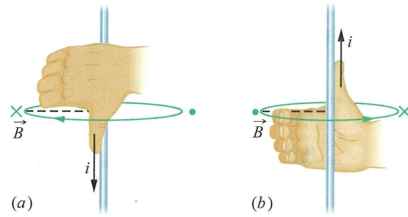


그림 29-3 중앙의 도선에 전류가 흐르면 마분지 위에 흩어져 있는 쇳가루들이 동심원 꼴로 배열된다. 전류가 만드는 자기장 때문에 쇳가루들이 자기장선을 따라 배열된다.

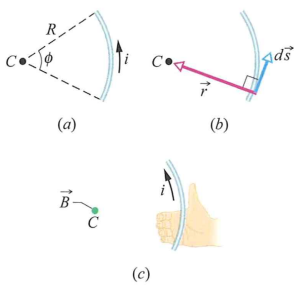


오른손의 엄지는 전류의 방향으로 향한다. 나머지 손가락들을 한 동심원의 접선인 자기장 벡터의 방향을 나타낸다.

그림 29-4 오른손 규칙은 도선의 전류가 만드는 자기장의 방향을 정해준다. (a) 그림 (29-2)의 상황을 옆에서 본 그림. 도선의 왼쪽에서 자기장은 \times 로 표시된 것처럼, 만지름 접선에 수직하고 손가락들의 방향인 지면으로 들어간다. (b) 만약 전류의 방향이 바뀌면 자기장의 방향이 바뀌게 되고, 도선 왼쪽에서 점으로 표시된 것처럼 지면에서 나오는 방향이다.

그림 29-2의 직선 도선에 흐르는 전류에 대해 오른손 규칙을 적용시킨 결과가 그림 29-4a에 있다. 어느 점에서든 자기장 \vec{B} 의 방향을 결정하기 위해서 오른손으로 엄지가 전류의 방향을 가리키도록 도선을 감싸고 나머지 손가락들이 그 점을 지나가도록 할 때, 손가락들의 방향이 바로 자기장의 방향이 된다. 그림 29-2에서 \vec{B} 는 자기장선과 접하고, 그림 29-4에서는 \vec{B} 가 도선과 관측점을 연결하는 점선에 수직이다.

원호 도선의 전류가 만드는 자기장 곡선모양의 도선에 흐르는 전류가 만드는 자기장을 구할 때 하나의 전류요소가 만드는 자기장의 크기로 식 29-1을 다시 사용하고, 전체 전류요소가 만드는 자기장을 구하기 위해 이를 다시 적분해야 한다. 도선 형태에 따라 적분이 어려울 수도 있지만 원호 도선의 중심에서 자기장을 구하는 것은 비교적 쉽다.



오른손 규칙은 중심에서 자기장의 방향을 나타낸다.

그림 29-6a는 중심각 ϕ , 반지름 R , 그리고 중심이 C 이며 전류 i 가 흐르는 원호 도선이다. 중심 C 에서 도선의 전류요소 $i d\vec{s}$ 가 만드는 자기장의 크기 dB 는 식 29-1과 같다. 그림 29-6b처럼 전류요소의 위치에 관계없이 $d\vec{s}$ 와 \vec{r} 의 사이각 θ 는 항상 90° 이고 $r = R$ 이다. 따라서 식 29-1에서 r 을 R 로 θ 를 90° 로 대입하면 다음을 얻는다.

$$dB = \frac{\mu_0 i ds \sin 90^\circ}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 i ds}{4\pi R^2}. \quad (29-8)$$

그림 29-6 (a) 중심이 C 이고 전류 i 가 흐르는 원호 도선. (b) 원호 도선의 모든 요소에서 $d\vec{s}$ 와 \vec{r} 의 사이각은 90° 이다. (c) 중심 C 에서 도선의 전류가 만드는 자기장의 방향. C 에서 점으로 표시된 것처럼 지면에서 나오는 방향이다.

원호 위의 각 전류요소가 만드는 자기장은 C 에서 위 식과 같은 크기를 갖는다. 그림 29-6c처럼 오른손 규칙을 적용하면 도선의 모든 전류요소가 만드는 자기장 $d\vec{B}$ 는 C 에서 같은 방향, 즉 지면에서 나오는 방향이다. 따라서 C 에서의 전체 자기장은 모든 자기장요소 $d\vec{B}$ 를 단순히 적분한 것이다. 적분변수를 ds 에서 $d\phi$ 로 바꾸기 위해 $ds = R d\phi$ 를 이용하면 식 29-8로부터

$$B = \int dB = \int_0^\phi \frac{\mu_0 i R d\phi}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_0^\phi d\phi$$

를 얻고, 이를 적분하면 다음과 같다.

$$B = \frac{\mu_0 i \phi}{4\pi R} \quad (\text{원호의 중심에서}). \quad (29-9)$$

위 식은 전류가 흐르는 원호의 중심에 생기는 자기장에 관한 식이다. 위 식에 값들을 대입하여 자기장 값을 구할 때 ϕ 는 라디안 값을 사용해야 한다. 예를 들면 전류가 흐르는 원형 도선의 중심에서 자기장의 크기는 식 29-9에서 ϕ 대신 2π 라디안을 대입하면 다음과 같다.

$$B = \frac{\mu_0 i (2\pi)}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{2R} \quad (\text{원의 중심에서}). \quad (29-10)$$

개념 POINT

IX. 두 평행 전류 사이에 작용하는 힘

개념 POINT

LU U 전류가 흐르는 두 평행 도선은 서로 힘을 작용한다. 그림 29-9는 전류 i_a 와 i_b 가 흐르며 분리거리가 d 인 두 도선이다. 두 도선이 서로 작용하는 힘을 분석해 보자. 먼저 도선 b 에 작용하는 힘을 구해 보자. 그림 29-9에서 도선 a 는 주변에 자기장 \vec{B}_a 를 만든다. 이 자기장이 만드는 힘을 구하기 위해서 도선 b 의 위치에서 \vec{B}_a 의 크기와 방향을 알아야 한다. \vec{B}_a 의 크기는 식 29-4로부터

$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d} \quad (29-11)$$

이다. 오른손 규칙을 적용하면 \vec{B}_a 의 방향은 그림 29-9처럼 아래로 향한다. 식 28-26에 따르면 자기장 \vec{B}_a 가 길이 L 인 도선 b 에 작용하는 힘 \vec{F}_{ba} 는

$$\vec{F}_{ba} = i_b \vec{L} \times \vec{B}_a \quad (29-12)$$

이다. 여기서 \vec{L} 는 도선의 길이벡터이다. 그림 29-9에서 \vec{L} 과 \vec{B}_a 는 서로 수직이므로 힘의 크기는 다음과 같다.

$$F_{ba} = i_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 L i_a i_b}{2\pi d}. \quad (29-13)$$

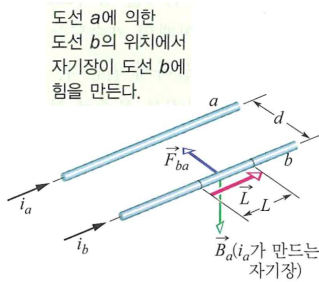


그림 29-9 두 평행 도선에 같은 방향으로 전류가 흐르면 서로 끌어당긴다. \vec{B}_a 는 도선 a 에 흐르는 전류가 도선 b 위치에 만드는 자기장이다. 힘 \vec{F}_{ba} 는 자기장 \vec{B}_a 가 도선 b 에 작용하는 힘이다.

\vec{F}_{ba} 의 방향은 벡터곱 $\vec{L} \times \vec{B}_a$ 의 방향과 같으므로 오른손 규칙을 적용하면 그림 29-9처럼 도선 a 쪽을 향한다.

전류가 흐르는 도선에 작용하는 힘을 구하기 위한 일반적인 과정은 다음과 같다.

전류가 흐르는 한 도선이 전류가 흐르는 다른 도선에 작용하는 힘을 구하기 위해 한 도선이 있는 곳에서 다른 도선이 만드는 자기장을 먼저 구하고, 이 자기장이 도선에 작용하는 힘을 구한다.

위와 같은 과정으로 도선 b 를 흐르는 전류가 도선 a 에 작용하는 힘을 구할 수 있으며 그 방향은 도선 b 로 향하는 것을 알 수 있다. 즉, 두 도선에 흐르는 전류의 방향이 같으면 서로 끌어당긴다. 반면에 두 전류의 방향이 반대 방향이면 서로 밀어낸다.

평행 도선에 흐르는 전류의 방향이 같으면 두 도선은 서로 끌어당기고, 반대 방향이면 서로 밀어낸다.

전류가 흐르는 평행 도선 사이에 작용하는 힘은 SI 단위계에서 일곱 개의 기본단위 중 하나인 암페어(A)를 정의하는 기준이다. 암페어란 “무시할 정도로 작은 단면을 가지는 무한히 긴 평행 도체가 진공 중에서 1m 떨어져 있을 때 서로 작용하는 힘의 크기가 단위길이당 $2 \times 10^{-7} \text{N}$ 이 되는 전류”로 정의한다.

발사체

X. 앙페르 법칙

개념 POINT

6U 4

임의의 전하분포에 대한 알짜 전기장은 전하요소들이 만드는 전기장 $d\vec{E}$ 를 구하고 모든 전하요소에 대해서 더하면 된다. 전하분포가 복잡하면 컴퓨터를 사용해야 한다. 만약 전하분포가 평면 대칭성, 원통 대칭성, 또는 구 대칭성을 가지고 있다면 Gauss의 법칙을 이용하여 쉽게 전기장을 구할 수 있다.

마찬가지로 임의의 전류분포에 대한 알짜 자기장은 전류요소들이 만드는 자기장 $d\vec{B}$ (식 29-3)를 구하고 모든 전류요소에 대해서 더하면 된다. 물론 전류분포가 복잡하면 컴퓨터를 사용해야 한다. 만약 전류분포가 어떤 대칭성을 가지고 있다면 Ampere의 법칙을 이용하여 쉽게 자기장을 구할 수 있다. Biot-Savart의 법칙으로부터 유도할 수 있는 이 법칙은 André Marie Ampère (1775-1836)가 처음 발견한 것으로 그의 이름을 따서 전류의 단위를 암페어로 정하였다. 그러나 이 법칙을 실질적으로 완성시킨 사람은 영국의 물리학자인 James Clerk Maxwell이다.

Ampere의 법칙은 다음과 같다.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{enc}} \quad (\text{Ampere의 법칙}). \quad (29-14)$$

적분기호에 있는 원은 스칼라곱 $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ 의 값을 Ampere 고리라고 부르는 닫힌 고리를 따라 적분하라는 뜻이다. i_{enc} 는 Ampere 고리 내부의 알짜 전류이다.

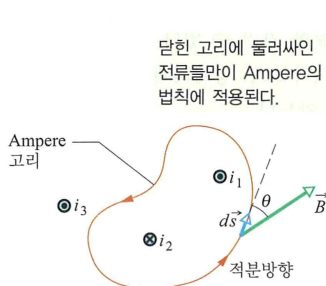


그림 29-11 두 도선은 포함되지만 세 번째 도선은 제외된 임의의 Ampere 고리가 적용된 Ampere의 법칙. 전류의 방향에 주목하여야.

스칼라곱 $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ 와 적분의 의미를 이해하기 위해 그림 29-11과 같은 일반적인 상황에 Ampere의 법칙을 적용해 보자. 그림에는 지면을 수직으로 통과하는 세 개의 긴 직선 도선들의 단면이 있다. 각 도선에는 그림에 표시된 것처럼 지면에서 나오거나 지면으로 들어가는 전류 i_1, i_2, i_3 가 흐르고 있다. Ampere 고리는 지면에 놓여 있는데 두 개의 도선은 고리에 포함되지만, 다른 하나는 제외되어 있다. 고리에 반시계방향으로 표시된 화살표는 식 29-14 적분을 위해 임의로 선택한 방향이다.

Ampere의 법칙을 적용하기 위해 가상적으로 고리를 미소 길이벡터 $d\vec{s}$ 로 나눈다. 고리의 모든 곳에서 $d\vec{s}$ 는 적분방향을 따라 고리에 접하는 방향이다. 그림 29-11에서 $d\vec{s}$ 가 있는 위치에서 세 전류가 만드는 알짜 자기장을 \vec{B} 라고 하자. 도선들이 지면에 수직하므로 각 전류가 $d\vec{s}$ 에 만드는 자기장은 그림 29-11처럼 같은 평면 위에 있으며, $d\vec{s}$ 에서 알짜 자기장 \vec{B} 도 같은 평면 위에 있다. 그러나 \vec{B} 의 정확한 방향은 현재로서는 알 수 없으므로 $d\vec{s}$ 와 이루는 각도를 θ 라고 하자.

식 29-14의 스칼라곱 $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ 는 $B \cos \theta ds$ 이므로 Ampere의 법칙을

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cos \theta ds = \mu_0 i_{\text{enc}} \quad (29-15)$$

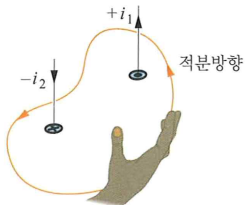
로 표기할 수 있다. 이 식에서 스칼라곱 $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ 는 고리의 길이 ds 와 자기장의 고리 접선방향 성분 $B \cos \theta$ 의 곱이다. 따라서 적분을 전체 고리에 대한 모든 곱들을 더한 것으로 해석할 수 있다.

이 적분을 하기 전에 미리 \vec{B} 의 방향을 알 필요가 없다. 대신 \vec{B} 의 방향을 임의로 적분방향과 같다고 가정한다. 그리고 아래에 기술한 오른손 규칙을 이용하여 고리 안에 있는 각 전류의 부호를 결정하여 i_{enc} 를 구한다.



오른손 엄지를 펴고 나머지 손가락들이 적분방향과 일치하도록 Ampere 고리를 감싸준다. 일반적으로 펴진 엄지 방향으로 흐르는 전류를 양의 부호로 반대 방향으로 흐르는 전류를 음의 부호로 정한다.

이것은 Ampere의 법칙에 적용된 전류의 부호를 정하는 방법이다.



이제 \vec{B} 의 크기를 구하기 위해 식 29-15를 풀어보자. 그 결과 B 가 양수이면 처음에 가정했던 \vec{B} 의 방향이 맞는 것이고, 음수가 되면 반대 방향이 된다.

그림 29-11의 Ampere의 법칙에 따라 오른손 규칙을 적용한 것이 그림 29-12이다. 그림에 표시된 것처럼 적분방향이 반시계방향일 때 고리 내부의 알짜 전류는 다음과 같다.

$$i_{\text{enc}} = i_1 - i_2.$$

고리 외부에 있는 전류 i_3 는 제외한다. 따라서 식 29-15를 다시 표기하면

$$\oint B \cos \theta \, ds = \mu_0(i_1 - i_2) \quad (29-16)$$

그림 29-12 Ampere의 법칙에 대한 오른손 규칙. Ampere 고리로 둘러싸인 전류의 부호를 결정한다. 그림 29-11 참조.

이다. 전류 i_3 가 식 29-16의 좌변에 있는 자기장의 크기 B 에 기여함에도 불구하고 우변에는 포함되지 않는 것에 대해 의문을 가질 수 있다. 그 이유는 좌변을 닫힌 고리에 대해서 적분하므로, i_3 가 만드는 자기장의 기여가 모두 상쇄되기 때문이다. 반면에 고리 내부의 전류가 만드는 자기장에 대한 적분은 상쇄되지 않는다.

그림 29-11과 같은 경우 식 29-16의 적분을 간단하게 만들 수 있는 정보가 부족하여 더 이상 풀 수 없으므로 B 를 구할 수 없다. 그렇지만 적분 결과가 고리를 통과하는 알짜 전류에 의해 결정되는 값인 $\mu_0(i_1 - i_2)$ 와 같아야 한다는 것은 알고 있다.

이제 대칭성을 사용하여 적분을 풀어서 자기장을 구할 수 있는 두 경우에 대해 Ampere의 법칙을 적용해 보자.

전류가 흐르는 긴 직선 도선의 외부에 생기는 자기장

그림 29-13처럼 지면과 수직인 긴 직선 도선에 전류 i 가 흐른다. 식 29-4처럼 도선으로부터 수직거리가 같은 모든 점에서 자기장의 크기는 같다. 이와 같이 도선을 중심으로 원통 대칭성을 가지므로, Ampere 고리를 반지름 r 의 원으로 잡으면 Ampere의 법칙에 대한 적분(식 29-14 및 29-15)이 간단해진다. 즉 고리 위의 모든 점에서 자기장의 크기 B 가 같으며, 그림 29-13처럼 $d\vec{s}$ 의 방향을 잡아 반시계방향으로 적분할 수 있다.

전류 모두가 둘러싸여서 전체 전류가 Ampere의 법칙에 적용된다.

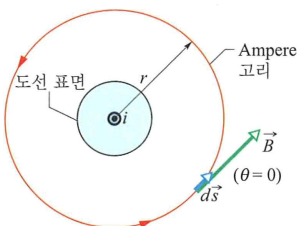


그림 29-13 단면이 원형인 긴 직선도선에 흐르는 전류가 도선 외부에 만드는 자기장을 구하기 위해 Ampere의 법칙을 적용한다. Ampere 고리는 도선 밖에 동심원으로 잡는다.

또한 고리의 모든 점에서 \vec{B} 와 $d\vec{s}$ 가 접하기 때문에 식 29-15의 $B \cos \theta$ 를 더 간단하게 만들 수 있다. \vec{B} 와 $d\vec{s}$ 는 고리의 모든 위치에서 서로 같은 방향이거나 반대 방향인데 임의로 같은 방향이라고 가정하면, \vec{B} 와 $d\vec{s}$ 의 사이각 θ 는 0° 이다. 따라서 $\cos \theta = \cos 0^\circ = 1$ 이 되어 식 29-15에서 적분은

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cos \theta ds = B \oint ds = B(2\pi r)$$

이 된다. 위 적분에서 $\oint ds$ 는 원형 고리의 모든 길이요소 ds 들의 합이므로 고리의 원둘레인 $2\pi r$ 이다.

한편 오른손 규칙을 적용하면 그림 29-13의 전류는 양의 부호이므로 Ampere의 법칙의 우변은 $+\mu_0 i$ 가 되어

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

를 얻는다. 즉, 다음과 같다.

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (\text{직선 도선의 외부}). \quad (29-17)$$

이 결과는 기호가 조금 달라지긴 했지만 Biot-Savart 법칙을 이용하여 얻은 결과인 식 29-4와 같다. 또한 B 의 부호가 양수이므로 그림 29-13에 표현된 \vec{B} 의 방향이 옳다는 것을 알 수 있다.

전류가 흐르는 긴 직선 도선 내부의 자기장 그림 29-14는 반지름이 R 인 긴 직선

Ampere 고리에 둘러싸인 전류만 Ampere의 법칙에 적용된다.

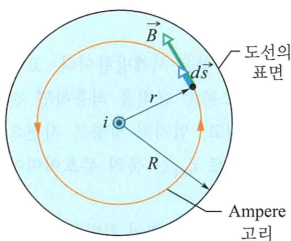


그림 29-14 단면이 원형인 긴 직선 도선에 전류 i 가 흐를 때 도선 내부의 자기장을 구하기 위해 Ampere의 법칙을 이용한다. 전류는 도선 내부에 균일하게 분포하며 지면에서 나오는 방향이다. 도선의 내부에 Ampere 고리를 그린다.

도선의 단면이다. 지면에서 나오는 방향으로 전류 i 가 단면 전체에 고르게 흐른다. 전류가 단면에 균일하게 분포하므로 전류가 만드는 자기장 \vec{B} 역시 원통 대칭성을 갖는다. 도선 내부에서의 자기장을 구하기 위해 Ampere의 법칙을 이용한다. 그림 29-14처럼 Ampere 고리를 반지름 r 의 원으로 잡는다. 단, $r < R$ 이다. 대칭성에 따라 \vec{B} 의 방향은 고리의 각 점에서 접선 방향이 되어 Ampere의 법칙의 좌변 적분은

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B(2\pi r) \quad (29-18)$$

이다. Ampere의 법칙의 우변을 구하려면 Ampere 고리 내부의 전류를 구해야 한다. 전류가 도선단면에 균일하게 분포하므로 고리 내부의 전류 i_{enc} 는 다음과 같이 고리의 내부 면적에 비례한다.

$$i_{\text{enc}} = i \frac{\pi r^2}{\pi R^2}. \quad (29-19)$$

오른손 규칙에 의해 i_{enc} 는 양의 부호이다. 따라서 Ampere의 법칙은

$$B(2\pi r) = \mu_0 i \frac{\pi r^2}{\pi R^2},$$

즉

$$B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} \right) r \quad (\text{직선 도선의 내부}) \quad (29-20)$$

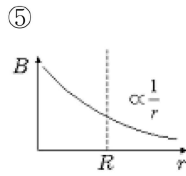
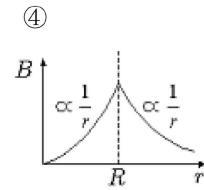
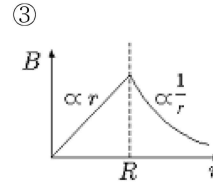
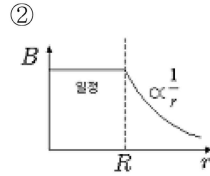
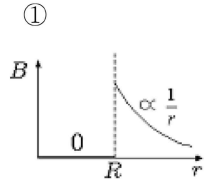
이다. 결국 도선 내부에서 자기장의 크기가 r 에 비례함을 알 수 있다. 도선의 중심에서 자기장은 0이고 도선의 표면($r=R$)에서 자기장의 크기는 최대이다. 식 29-17과 식 29-20은 도선의 표면에서 같은 값을 줌을 유의하다.

■ 변리사 기출문제

개념 POINT

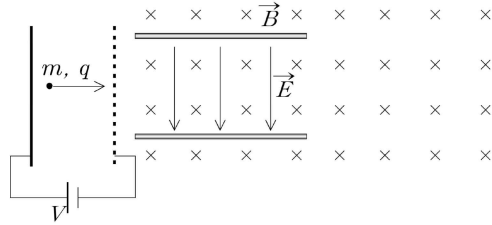
1. [2004년 변리사] (하)

반지름이 R 인 긴 직선 도선에 전류 I 가 단면에 균일하게 흐르고 있다. 도선의 중심축으로부터 거리가 r 인 점에서의 자기장 B 를 바르게 나타낸 그림은?!)



2. [2006년 변리사] (중)

전위차 V 에 의해 가속되어 운동에너지가 $E_k = qV$ 인 질량 m , 전하량 q 의 입자가 아래 그림과 같이 전기장 \vec{E} 와 자기장 \vec{B} 영역에 수직으로 입사될 때 직선운동을 하였다. 전기장이 걸리지 않을 때($\vec{E} = 0$), 이 입자의 원운동 반경은 얼마인가?²⁾



<그림>

- ① $\frac{2V}{E}$ ② $\frac{3V}{2E}$ ③ $\frac{4V}{3E}$ ④ $\frac{V}{E}$ ⑤ $\frac{2V}{3E}$

개념 POINT

3. [2008년 변리사] (하)

자기장의 단위인 T (Tesla)를 국제단위계(SI)로 나타낸 것으로 옳은 것은? (단, N , A , J , C 는 각각 Newton, Ampere, Joule, Coulomb을 의미한다.)³⁾

- ① N/A ② $N/(A \cdot m)$ ③ $J/(A \cdot m)$ ④ $N/(C \cdot m)$ ⑤ $J/(C \cdot m)$

개념 POINT

4. [2009년 변리사] (하)

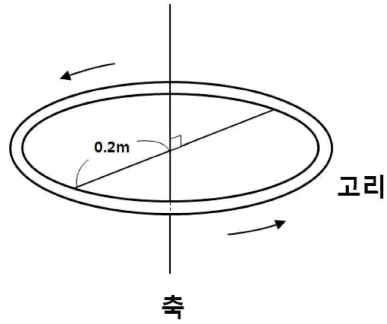
평행한 두 무한 직선 도선이 공기 중에서 서로 r 만큼 떨어져 있다. 각 도선에 같은 크기의 전류 I 가 같은 방향으로 흐르고 있을 때, 두 도선 간에 작용하는 단위 길이당 힘에 대한 설명으로 옳은 것은? (단, μ_0 는 공기 중에서의 투자율이다.)⁴⁾

개념 POINT

- ① $\frac{\mu_0 I^2}{4\pi r^2}$ 의 힘으로 서로 민다.
- ② $\frac{\mu_0 I^2}{2\pi r}$ 의 힘으로 서로 민다.
- ③ $\frac{\mu_0 I^2}{4\pi r^2}$ 의 힘으로 서로 당긴다.
- ④ $\frac{\mu_0 I^2}{4\pi r}$ 의 힘으로 서로 당긴다.
- ⑤ $\frac{\mu_0 I^2}{2\pi r}$ 의 힘으로 서로 당긴다.

5. [2012년 변리사] (중)

반지름 $0.2m$ 인 원형 고리가 $3C$ 의 전하로 균일하게 대전되어 있다. 이 고리가 중심을 지나며 고리 평면에 수직인 축에 대해 각속도 $400rad/s$ 로 돌고 있을 때 발생하는 자기쌍극자 모멘트의 크기(Am^2)는? ⁵⁾

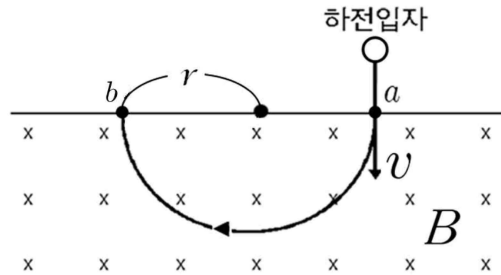


- ① 12 ② 24 ③ 48 ④ 75 ⑤ 150

개념 POINT

6. [2012년 변리사] (하)

질량이 m 이고, 전하량이 q 인 하전입자가 그림과 같이 자기장 B 와 수직하게 속도로 입사하여 반지름 r 인 반원 궤도를 그리며 운동한다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 자기장 B 는 시험지면 안으로 들어가는 방향이며 균일하다.)⁶⁾



<보기>

ㄱ. 이 하전입자는 양(+)전하를 갖는다.

ㄴ. 궤도 반지름은 $\frac{mv}{qB}$ 이다.

ㄷ. 하전입자가 지점 a에서 b까지 원운동할 때 하전입자의 각진동수는 $\frac{m}{qB}$ 이다.

ㄹ. 하전입자가 궤도를 따라 지점 a에서 b까지 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{\pi m}{qB}$ 이다.

① ㄱ, ㄴ

② ㄱ, ㄷ

③ ㄴ, ㄷ

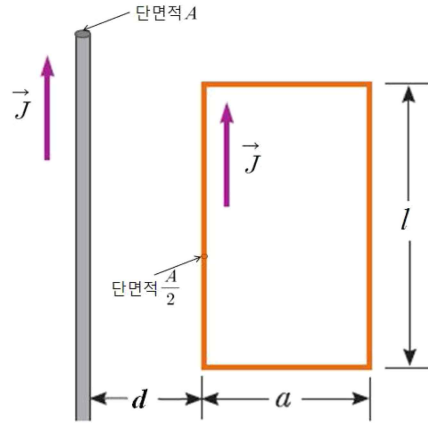
④ ㄴ, ㄹ

⑤ ㄷ, ㄹ

개념 POINT

7. [2013년 변리사]

그림은 도선의 단면적이 A 인 무한히 긴 직선 도선과 도선의 단면적이 $A/2$ 인 직사각형 도선 고리가 d 만큼 떨어져 한 평면상에 놓여 있는 것을 보인 것이다. 직선도선과 직사각형 도선고리에 흐르는 전류밀도(\vec{J})는 같고, 직사각형 도선고리의 각 변의 길이는 각각 a 와 l 이다. 직선도선과 직사각형 도선고리 사이에 작용하는 알짜힘을 나타낸 것은? (단, μ_0 는 투자율(permeability)이고, 두 도선은 이상적인 도선이다.)

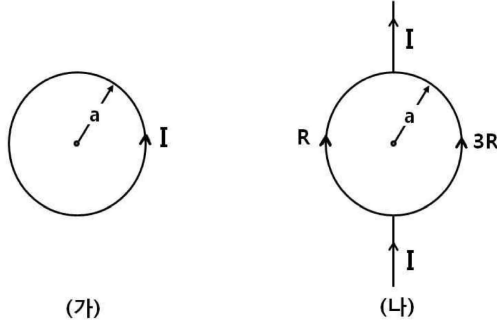


- ① 인력, $\frac{\mu_0 l a A^2 J^2}{4\pi d(d+a)}$ ② 척력, $\frac{\mu_0 l a A^2 J^2}{4\pi d(d+a)}$ ③ 인력, $\frac{\mu_0 l d A^2 J^2}{4\pi a(d+a)}$
- ④ 척력, $\frac{\mu_0 l d A^2 J^2}{4\pi a(d+a)}$ ⑤ 인력, $\frac{\mu_0 l d A^2 J^2}{8\pi a(d+a)}$

개념 POINT

8. [2014년 변리사] (중)

그림 (가)는 반지름 a 인 원형 도선에 전류 I 가 흐를 때, 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 세기가 원의 중심에서 B_0 인 것을 나타낸 것이다. 그림 (나)는 저항이 각각 R , $3R$ 이고 반지름이 a 인 두 반원형 도선을 직선도선 사이에 연결한 후, 직선도선에 전류 I 가 흐르는 것을 나타낸 것이다.



(나)의 원의 중심에서 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 세기와 방향은? (단, 모든 도선은 동일 지면상에 있으며, 도선의 굵기는 무시한다.)⁸⁾

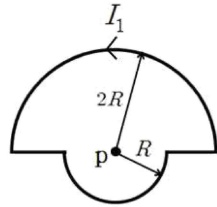
- | | |
|------------------------------------|---------------------------------|
| ① $\frac{B_0}{4}$, 지면 안으로 들어가는 방향 | ② $\frac{B_0}{4}$, 지면에서 나오는 방향 |
| ③ 0, 방향이 없음 | ④ $\frac{B_0}{2}$, 지면에서 나오는 방향 |
| ⑤ $\frac{B_0}{2}$, 지면 안으로 들어가는 방향 | |

개념 POINT

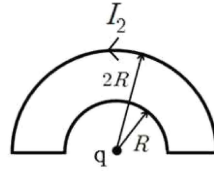
9. [2016년 변리사] (중)

그림 (가), (나)와 같이 반지름이 R 와 $2R$ 인 동심 반원과 직선으로 이루어진 고리에 각각 전류 I_1 , I_2 가 흐르고 있다. p와 q는 각각 동심 반원의 중심점이다. p에서 I_1 에 의한 자기장의 세기와 q에서 I_2 에 의한 자기장의 세기가 같을 때, $\frac{I_2}{I_1}$ 는?⁹⁾

개념 POINT



(가)



(나)

① 3

② 2

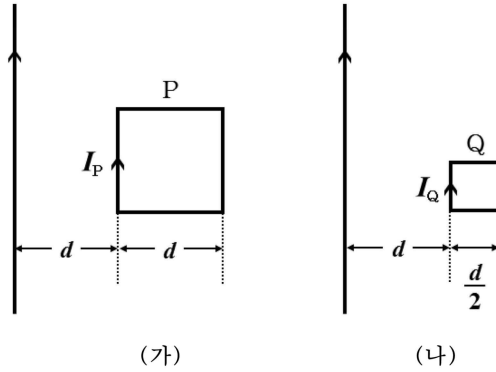
③ 1

④ 1/2

⑤ 1/3

10. [2019년 변리사] (중)

그림 (가), (나)와 같이 정사각형 도선 P, Q가 각각 무한 직선도선과 동일 평면에 고정되어 있고, P와 Q의 한 변은 각각 무한 직선도선과 평행하다. (가)와 (나)에서 무한 직선도선에 흐르는 전류는 일정한 세기로 같고, P, Q에 흐르는 전류의 세기는 각각 I_P , I_Q 이다.



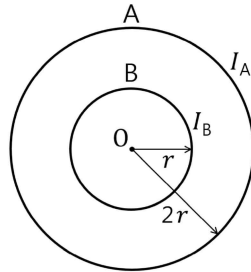
P와 Q에 작용하는 직선도선에 의한 자기력의 크기가 같을 때, $\frac{I_P}{I_Q}$ 는? (단, 도선의 굵기는 무시한다.)¹⁰⁾

- ① $1/3$ ② $2/3$ ③ 1 ④ $3/2$ ⑤ 3

개념 POINT

11. [2020년 변리사] (하) - 전류에 의한 자기장

그림과 같이 반지름이 각각 $2r$, r 인 원형 도선 A, B가 원점 O를 중심으로 같은 평면에 고정되어 있다. A, B에 흐르는 일정한 전류의 세기는 각각 I_A , I_B 이고, O에서 A와 B에 의한 자기장의 세기는 0이다. 이에 관한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 도선의 두께는 무시한다.)¹¹⁾



<보기>

ㄱ. 전류의 방향은 A와 B가 다르다.

ㄴ. $I_A : I_B = 2 : 1$ 이다.

ㄷ. 자기 모멘트의 크기는 A가 B의 4배이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

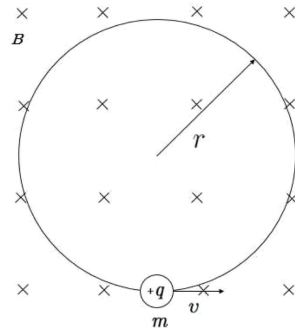
④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념 POINT

12. [2021년 변리사] (하)

균일한 자기장 B 에 수직인 방향으로 속력 v 로 입사한 질량 m 인 전하 $+q$ 는 반지름 r 인 원운동을 한다. 전하의 운동을 설명한 것으로 옳지 않은 것은?¹²⁾



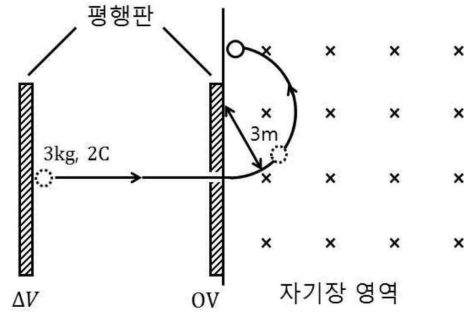
- ① 전하의 가속도 크기는 $\frac{qvB}{r}$ 이다.
- ② 원운동의 주기는 $\frac{2\pi m}{qB}$ 이다.
- ③ 원운동의 반지름은 $\frac{mv}{qB}$ 이다.
- ④ 전하의 운동에너지는 $\frac{1}{2}mv^2$ 이다.
- ⑤ 전하가 받는 힘의 크기는 qvB 이다.

개념 POINT

13. [2023년 변리사] (중)

그림과 같이 질량 3kg , 전하량 2C 인 물체가 전위차 ΔV 인 무한 평행판의 한쪽 판에서 정지해 있다가 직선 가속운동을 하고 다른 쪽 판을 통과한 후, 크기 4T 로 균일한 자기장 영역에서 반지름 3m 인 등속 원운동을 한다. 이 때 ΔV 는? (단, 중력은 무시한다.)¹³⁾

개념 POINT



- ① 6V ② 12V ③ 16V ④ 32V ⑤ 48V

14. [2024년 변리사] (중) - 앙페르·맥스웰 법칙

시간에 따라 변하는 폐곡선 내부의 전기장 선속은 자기장을 유도하고, 폐곡선 내부에 변위 전류를 유도한다. 반지름이 R 인 원형 평행판 축전기가 시간에 따라 변하는 전류 i 로 충전될 때, 평행판 사이 중심축으로부터 r 만큼 떨어진 위치에 유도되는 자기장의 크기를 옳게 나타낸 것은? (단, μ_0 는 진공의 투자율이며, 평행판 사이의 전기장은 매 순간 균일하고 가장자리 효과는 무시한다.)¹⁴⁾

① $\frac{\mu_0 i}{2\pi R}$

② $\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} r$

③ $\frac{\mu_0 i}{\pi R^2} r$

④ $\frac{\mu_0 i}{2\pi R^3} r^2$

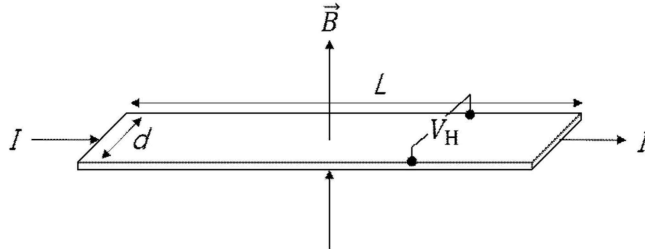
⑤ $\frac{\mu_0 i}{\pi R^3} r^2$

개념 POINT

15. [2024 변리사] (상)

그림은 길이가 L 이고 선포이 d 인 직사각형 모양의 두께가 일정한 도체 띠에 직류 전류 I 가 흐르고 있는 것을 나타낸 것이다. 도체 띠 평면에 수직으로 크기가 B 인 균일한 자기장을 걸었을 때 선포 양단 사이의 홀(Hall) 전압은 V_H 이다. 다른 조건은 동일하고 선포이 $2d$ 인 도체 띠에 직류 전류 I 가 흐르고, 크기가 $4B$ 인 균일한 자기장을 걸었을 때 선포 양단 사이의 홀(Hall) 전압은?¹⁵⁾

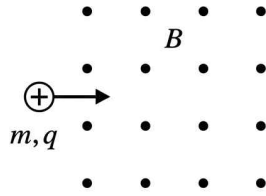
개념 POINT



- ① V_H ② $2V_H$ ③ $3V_H$ ④ $4V_H$ ⑤ $5V_H$

16. [2026년 변리사] (하) - 로런츠 힘

그림과 같이 세기가 B 로 일정한 자기장 영역에 전하량이 q 이고 질량이 m 인 양성자가 수직으로 입사한다. 입사하는 순간에 양성자의 운동에너지는 P 이고, 자기장의 방향은 지면에서 수직으로 나오는 방향이다.



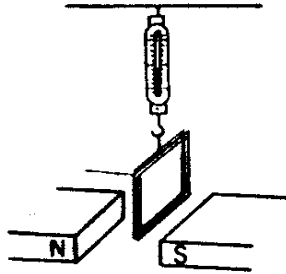
자기장 영역에서 자기력에 의한 양성자의 가속도를 주어진 물리량으로 표현할 때 옳은 것은?¹⁶⁾

- ① $qB\sqrt{\frac{P}{2m^3}}$ ② $qB\sqrt{\frac{P}{m^3}}$ ③ $qB\sqrt{\frac{2P}{m^3}}$
 ④ $2qB\sqrt{\frac{P}{m^3}}$ ⑤ $2qB\sqrt{\frac{2P}{m^3}}$

개념 POINT

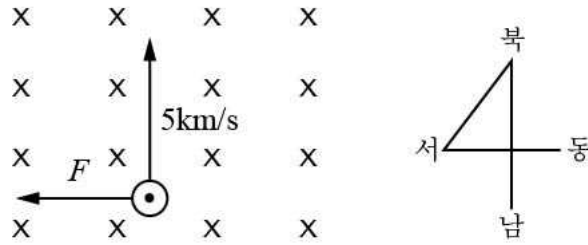
■ 개념확인문제

17. 그림과 같이 감은 수가 100회인 직사각형의 코일을 용수철 저울에 매달아 자석 사이에 넣었더니 용수철 저울이 10N을 가리켰다. 그리고 직사각형의 코일에 2A의 전류를 흘렸더니 용수철 저울이 15N을 가리켰다면, 이 막대 자석 사이의 자기장은 얼마인가? (단, 코일 한 바퀴 중에서 자기장의 영향을 받는 부분의 길이는 20cm라고 한다.) ¹⁷⁾



개념 POINT

18. 그림은 0.5mT 의 세기로 지면을 뚫고 들어가는 방향으로 무한히 넓게 형성된 균일한 자기장 속에, 남쪽에서 북쪽으로 5km/s 로 운동하는 $2\mu\text{C}$ 의 전하와 그 전하가 받는 힘 F 를 나타낸 것이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?18)

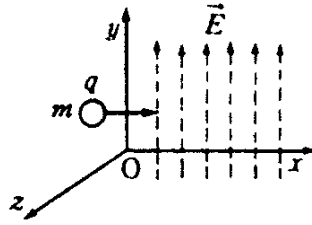
<보 기>

- ㄱ. 이 전하는 양(+)전하이다.
- ㄴ. 이 전하는 등속 원운동을 한다.
- ㄷ. 이 전하가 받는 힘 F 의 크기는 $2.5 \times 10^{-2}\text{N}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림과 같이 질량 m , 전하량 $+q$ 인 대전 입자가 $+x$ 축 방향으로 운동하고 있다. 이 때 전기장 E 를 $+y$ 방향으로 가하였다.¹⁹⁾

개념 POINT



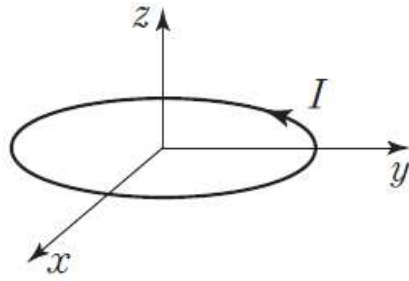
(1) 이 때 대전 입자가 받는 힘의 방향은?

- ① $+x$ 방향 ② $+y$ 방향 ③ $+z$ 방향 ④ $-x$ 방향 ⑤ $-y$ 방향

(2) 대전 입자가 계속 직진 운동을 하기 위하여 자기장 B 를 가해 주어야 하는 방향은?

(3) 이 때 대전 입자의 속력은 얼마인가?

20. 그림은 xy 평면에 놓인 원형 고리에 전류 I 가 흐르는 것을 나타낸 것이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?²⁰⁾

<보 기>

- ㄱ. 자기 모멘트의 방향은 $+z$ 방향이다.
- ㄴ. I 가 클수록 자기 모멘트의 크기는 크다.
- ㄷ. 고리의 면적이 작을수록 자기 모멘트의 크기는 크다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념 POINT

21. (1) $+x$ 축 방향으로 $\vec{v} = v_i \hat{i}$ 의 속도로 움직이는 양성자가 $+y$ 방향의 자기력 $\vec{F} = F_i \hat{j}$ 를 받는다. 이 사실로부터 자기장에 대해 무엇을 알 수 있고, 무엇을 알 수 없는가?²¹⁾

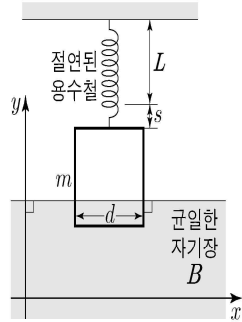
(2) $\vec{v} = -v_i \hat{i}$ 로 움직이는 양성자가 받는 힘은 무엇인가?

(3) 같은 자기장 속에서 같은 속도 $\vec{v} = v_i \hat{i}$ 로 움직이는 전자가 받는 힘은 무엇인가?

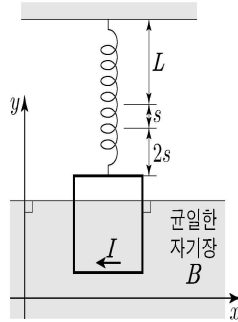
개념 POINT

개념 POINT

22. 그림 (가)와 같이 질량이 m 이고 한 변의 길이가 d 인 정사각형 도선을 원래 길이가 L 인 용수철에 매달았더니, 전류가 흐르지 않을 때 용수철이 s 만큼 늘어나 도선의 일부가 균일한 자기장 영역에 들어가 정지해 있다. 그림 (나)는 (가)에서 도선에 세기가 I 인 전류가 흐를 때 용수철이 $2s$ 만큼 더 늘어나 도선이 힘의 평형을 이루며 정지한 것을 나타낸 것이다. 자기장은 세기가 B 이고 방향은 xy 평면에 수직으로 들어가는 방향이다.



(가)

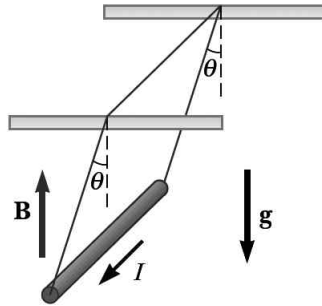


(나)

I 는? (단, 중력 가속도는 g 이고, 용수철의 질량은 무시하며, 정사각형 도선은 xy 평면에 있다.)²²⁾

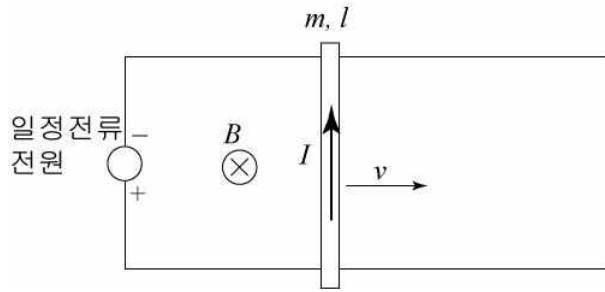
- ① $\frac{mg}{4Bd}$ ② $\frac{mg}{2Bd}$ ③ $\frac{mg}{Bd}$ ④ $\frac{3mg}{2Bd}$ ⑤ $\frac{2mg}{Bd}$

23. 단위 길이당 질량이 λ 인 도체 막대에 전류 I 가 흐른다. 막대는 그림과 같이 두 개의 연직 방향 도선에 매달려서 균일한 연직 방향 자기장 속에 놓여 있다. 평형 상태에서 도선이 연직 방향과 이루는 각이 θ 라면 자기장의 세기는 얼마인가?²³⁾



개념 POINT

24. 그림과 같이 길이 l , 질량 m 인 막대가 마찰 없는 레일 위에서 움직이고 있다. 회로에는 그림에 표시된 방향으로 일정한 전류 I 를 흐르게 하는 전원이 달려 있고, 지면에 들어가는 방향의 균일한 자기장 B 가 걸려 있다. 처음 막대의 속도가 오른쪽으로 v_0 였다.²⁴⁾



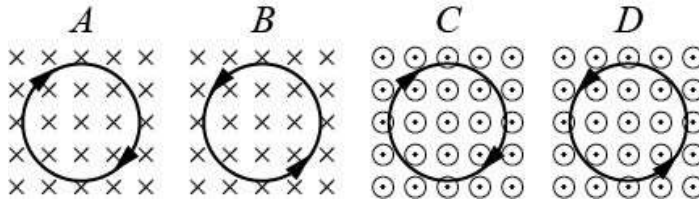
- (1) 시간의 함수로 막대의 속도를 구하라.
- (2) 처음으로 멈출 때까지 움직이는 거리를 구하라.

개념 POINT

25. 균일한 자기장 B 속에서 전하 q 가 속력 v 로 등속 원운동을 하고 있다. 이 때 자기장이 이 대전입자에 해 주는 일률은 얼마인가?²⁵⁾

개념 POINT

26. 그림은 전하를 띤 입자 A-D가 각각 균일한 자기장 내에서 원운동을 하고 있는 것을 나타낸 것이다. 그림의 화살표는 입자의 운동 방향을 나타내며 자기장의 방향은 지면에 수직으로 들어가거나 나온다. 음전하를 가지고 있는 입자만을 모두 고른 것으로 옳은 것은?26)



- ① A, B ② B, C ③ B, D ④ C, D ⑤ A, D

개념 POINT

27. 자기장 B 에 수직으로 움직이는 대전입자의 운동에너지는 K , m 과 q 는 각각 입자의 질량과 전하이다. 이 때 궤도 반지름 r 을 구하여라.²⁷⁾

개념 POINT

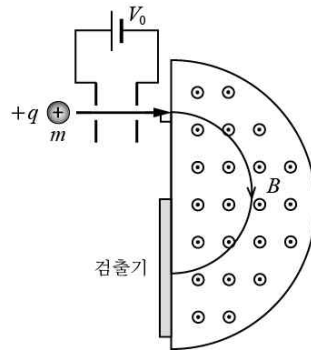
28. 정지 상태에서부터 2400V의 전위차로 가속시킨 중수소 원자핵을 0.1T의 균일한 자기장에 수직으로 입사시켰더니 이 입자는 등속 원운동을 하였다.²⁸⁾

개념 POINT

(1) 입자의 궤도 반지름은 얼마인가?

(2) 이 원운동의 주기는 얼마인가? (단, 중수소핵의 비전하는 $4.8 \times 10^4 \text{C/kg}$ 이다.)

29. 그림과 같이 전하량 $+q$, 질량이 m 인 입자를 전압 V_0 로 가속시킨 후 종이면에서 수직으로 나오는 반원 모양의 균일한 자기장 영역에 입사시켰다. 다음 물음에 답하시오. (단, 모든 마찰과 중력의 영향은 무시하며, 전압에 의해 가속되기 전 입자의 속력은 무시한다.)²⁹⁾

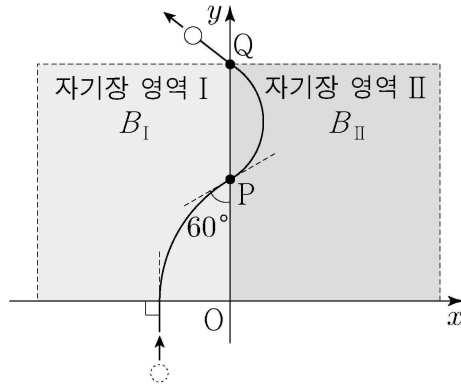


- (1) 입자의 운동 궤도 반지름을 구하시오.
- (2) 자기장 영역에 입사되어 검출기와 충돌하는 데 걸린 시간을 구하시오.

개념 POINT

30. 그림과 같이 $+y$ 방향으로 운동하던 입자가 자기장 영역 I, II에서 각각 원궤도를 따라 운동하며 y 축상의 점 P, Q를 지난다. 입자가 I과 II를 통과하는 데 걸리는 시간은 서로 같다. I, II에서 자기장의 방향은 xy 평면에 수직이고, 세기는 각각 B_I, B_{II} 이다.

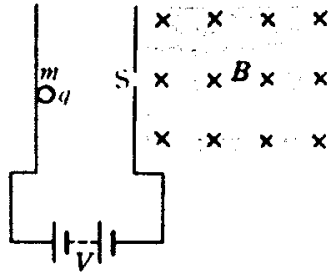
개념 POINT



$\frac{B_I}{B_{II}}$ 은? (단, 입자의 크기는 무시한다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

31. 질량 m , 전하량 q 인 대전 입자가 오른쪽 그림과 같이 전위차 V 에 의하여 가속된 후 슬릿 S 를 통과하여 지면에 수직하게 걸린 자기장 B 에 수직하게 입사한다.³⁰⁾

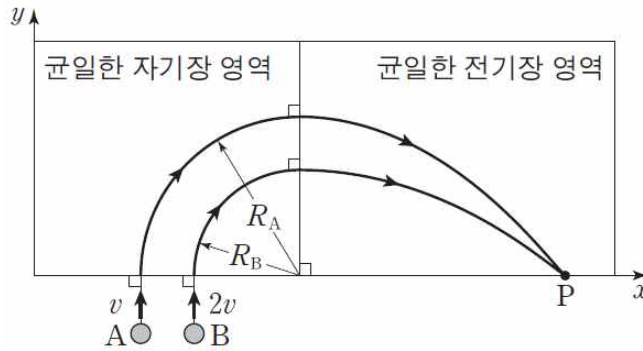


- (1) 이 입자가 슬릿 S 를 통과할 때의 속력은 얼마인가?
- (2) 이 입자는 자기장 안에서 등속 원운동을 한다. 이 때 궤도 반지름은 얼마인가?
- (3) 만일 가속 전압을 2배로 하면 운동 반지름은 몇 배로 되는가?

개념 POINT

32. 그림은 xy 평면에서 질량이 같은 입자 A, B가 자기장 영역에 각각 $v, 2v$ 의 속력으로 입사하는 모습을 나타낸 것이다. A, B는 자기장 영역에서 각각 반지름 R_A, R_B 인 원궤도를 따라 운동한 후 전기장 영역에서 포물선 운동을 하여 점 P에 도달한다. 자기장의 방향은 xy 평면에서 수직으로 나오는 방향이고, 전기장의 방향은 $-y$ 방향이다.³¹⁾

개념 POINT

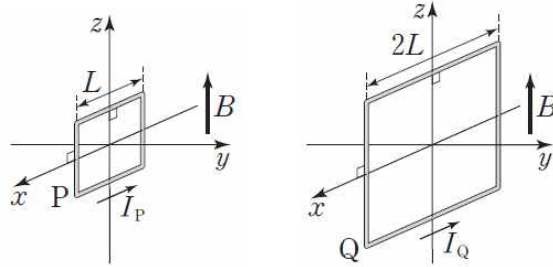


$R_A : R_B$ 는? (단, 입자의 크기는 무시한다.)

- ① $\sqrt{2} : 1$ ② $\sqrt{3} : 1$ ③ $2 : 1$ ④ $3 : 2$ ⑤ $4 : 3$

33. 그림 (가), (나)와 같이 균일한 자기장 영역에서 각각 세기가 I_P , I_Q 인 전류가 흐르는 정사각형 도선 P, Q가 xz 평면에 고정되어 있다. P, Q의 한 변의 길이는 각각 L , $2L$ 이고 자기 모멘트는 같다. (가)와 (나)에서 균일한 자기장은 세기가 B 이고, $+z$ 방향이다.

개념 POINT



(가)

(나)

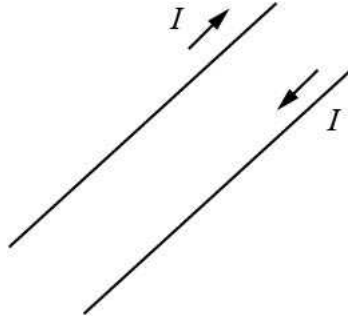
이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. P의 자기 모멘트의 방향은 $-y$ 이다.
- ㄴ. $I_P = 4I_Q$ 이다.
- ㄷ. 자기장에 의해 도선에 작용하는 돌림힘의 크기는 (가)에서 (나)에서의 4배이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

34. 5mm 간격으로 떨어져 있는 무한히 긴 두 개의 곧고 평행한 초전도체 케이블에서 서로 반대 방향으로 같은 크기의 전류 $I=1 \times 10^4 \text{ A}$ 가 흐른다.



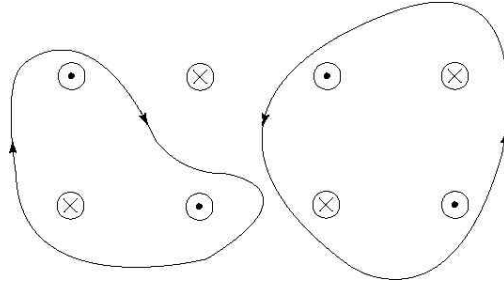
다음 물음에 답하시오. (단, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m/A}$ 로 계산하시오.)

- (1) 이 케이블들은 서로 당기는가 아니면 미는가?
- (2) 이 케이블 1m에 작용하는 힘의 크기를 구하시오.

개념 POINT

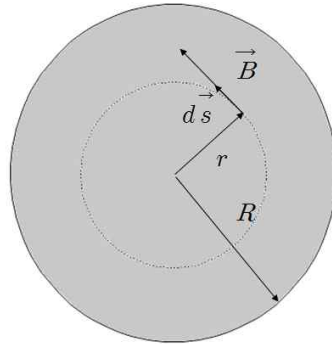
35. 그림에서 지면에 수직한 여덟 개의 도선에 각각 2.0A의 전류가 흐른다. 그림에 표시된 두 닫힌 경로에 대한 선적분 $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ 의 값은 각각 얼마인가?³²⁾

개념 POINT



- (1) 왼쪽
(2) 오른쪽

36. 그림은 구리 전선 단면의 모습이다. 전선의 단면에 균일하게 분포된 일정한 전류 $I_0 = 20 \text{ A}$ 가 흐르고 있다. 전선의 반지름 R 가 4 mm 일 때, 전선 내부에서 반지름 r 가 2 mm 인 지점의 자기장의 세기는 얼마인가? (투자율 상수 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$ 를 사용하라)³³⁾

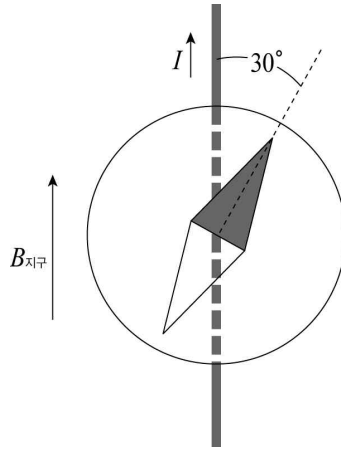


- ① 0.5 mT ② 1.0 mT ③ 1.5 mT ④ 2.0 mT ⑤ 2.5 mT

개념 POINT

37. 그림은 직선 도선 위에 나침반을 올려놓은 것을 나타낸다. 나침반 바늘은 도선의 중심축으로부터 거리 r 만큼 떨어진 곳에 있으며, 도선의 방향과 지구 자기장 $B_{\text{지구}}$ 의 방향이 일치할 때 나침반 바늘이 도선과 30° 가 되었다.

개념 POINT

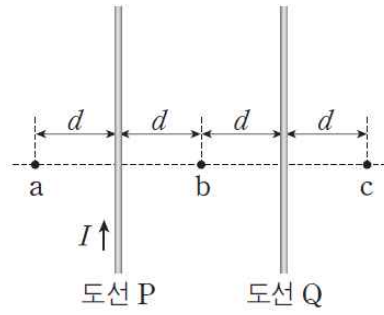


도선에 흐르는 전류는? (단, μ_0 는 진공의 투자율이다.)³⁴⁾

- ① $\frac{2\pi}{\mu_0}rB_{\text{지구}}$ ② $\frac{\sqrt{3}\pi}{\mu_0}rB_{\text{지구}}$ ③ $\frac{4\pi}{\sqrt{3}\mu_0}rB_{\text{지구}}$
 ④ $\frac{2\pi}{\sqrt{3}\mu_0}rB_{\text{지구}}$ ⑤ $\frac{1}{2\pi\mu_0r}B_{\text{지구}}$

38. 그림과 같이 전류가 흐르는 무한히 가늘고 긴 평행한 직선 도선 P, Q가 점 a, b, c와 같은 간격 d 만큼 떨어져 종이면에 고정되어 있다. c에서 전류에 의한 자기장은 0이다.

개념 POINT



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?³⁵⁾

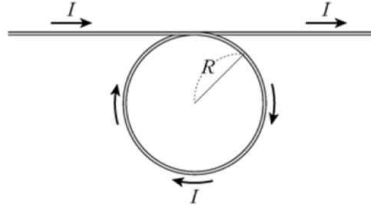
<보 기>

- ㄱ. 전류의 방향은 P에서와 Q에서가 서로 반대 방향이다.
- ㄴ. 전류의 세기는 P에서가 Q에서보다 크다.
- ㄷ. 전류에 의한 자기장의 세기는 a에서가 b에서보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

39. 그림과 같이 평면상에서 전류 I 가 흐르는 무한히 긴 직선도선이 반지름 R 인 원형으로 한번 꼬여 있다. 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기는? (단, 공간의 투자율은 μ_0 이다.)³⁶⁾

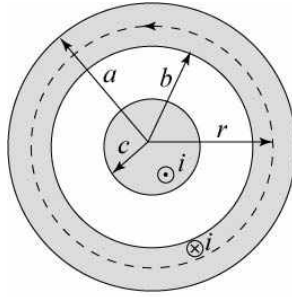
개념 POINT



- ① $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}(\pi + 1)$ ② $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}(2\pi + 1)$ ③ $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$
 ④ $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}(2\pi - 1)$ ⑤ $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}(\pi - 1)$

40. 그림은 길고 반지름이 각각 (a, b, c) 인 동축 도선의 단면이다. 크기는 같으나 방향이 반대인 전류 i 가 두 도체에 균일하게 흐른다.³⁷⁾

개념 POINT



- (1) $r < c$
- (2) $c < r < b$
- (3) $b < r < a$
- (4) $r > a$ 영역에서 지름거리 r 의 함수로 $B(r)$ 을 각각 구하여라.
- (5) $B(r)$ 을 그려라.

개념 POINT

1) [정답] ③

[해설]

앙페르 법칙은 $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$ 이므로

1. 도선 내부 ($r < R$)에서 앙페르 법칙을 적용하면 $B(2\pi r) = \mu_0 (I \frac{\pi r^2}{\pi R^2})$ 에서 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$ 이므로 도선 내부에서는 자기장의 세기가 거리 r 에 비례한다.
2. 도선 외부 ($r > R$)에서 앙페르 법칙을 적용하면 $B(2\pi r) = \mu_0 I$ 에서 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ 이므로 도선 외부에서는 자기장의 세기가 거리 r 에 반비례한다.
3. 따라서 1, 2에 의하면 바르게 나타낸 그림은 ③이다.

2) [정답] ①

[해설]

전기장 \vec{E} 와 자기장 \vec{B} 영역에 수직으로 입사될 때 직선운동을 하였으므로 입자에 작용하는 로런츠 힘과 전기력의 크기는 같다. 따라서 $qvB = qE$ 이므로 $v = \frac{E}{B}$ 이다. 전기장이 걸리지 않을 때는 로런츠 힘 qvB 만 작용하므로 $qvB = m \frac{v^2}{r}$ 에서 $r = \frac{mv}{qB} = \frac{mE}{qB^2}$ 이다. 이때 역학적 에너지 보존에 의해서 $E_k = qV = \frac{1}{2}mv^2$ 이므로 $\frac{m}{q} = \frac{2V}{v^2} = 2V \left(\frac{B}{E} \right)^2$ 이다. 따라서 이를 대입하면 $r = \frac{mE}{qB^2} = 2V \left(\frac{B}{E} \right)^2 \frac{E}{B^2} = \frac{2V}{E}$ 이다.

3) [정답] ②

[해설]

자기장 안에서 대전입자가 받는 로런츠 힘의 크기는 $F = qvB \sin \theta$ 이므로 $B = \frac{F}{qv \sin \theta}$ 에서 B 의 단위는 $T = \frac{N}{C(m/s)} = \frac{N}{(C/s)m} = \frac{N}{A \cdot m}$ 이다.

4) [정답] ⑤

[해설]

평행한 두 무한 직선 도선에 같은 크기의 전류 I 가 같은 방향으로 흐르고 있을 때는 인력이 작용하면 단위 길이당 작용하는 힘의 크기는 $F = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r}$ 이다.

5) [정답] ②

[해설]

1. 균일하게 대전된 고리가 일정한 각속도를 회전하고 있으므로 이를 전하의 흐름으로 보아 전류를 구하면 $I = \frac{Q}{T} = \frac{Q}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega Q}{2\pi} = \frac{400 \times 3}{2\pi} = \frac{600}{\pi} A$ 이다.

2. 따라서 자기쌍극자 모멘트 $\mu = IA = \frac{600}{\pi} \times \pi (0.2)^2 = 24 A m^2$ 이다.

6) [정답] ④

[해설]

ㄱ. 플레밍의 왼손법칙을 적용하면 전류의 방향이 v 의 방향과 반대이므로 이 하전입자는 음(-) 전하를 갖는다. (거짓)

ㄴ. $qvB = m \frac{v^2}{r}$ 에서 $r = \frac{mv}{qB}$ 이다. (참)

ㄷ. 하전입자가 지점 a 에서 b 까지 원운동할 때 하전입자의 각진동수는 $\omega = \frac{v}{r} = \frac{v}{\frac{mv}{qB}} = \frac{qB}{m}$ 이다. (거짓)

ㄹ. 하전입자가 궤도를 따라 지점 a 에서 b 까지 가는 데 걸리는 시간은 주기 $T = \frac{2\pi m}{qB}$ 의 절반이므로 $t = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{qB}$ 이다.

7) [정답] ①

[해설]

1. 전류밀도의 크기가 J 이고 도선의 단면적이 A 일 때 도선에 흐르는 전류의 세기는 $I = JA$ 이다.

2. 직사각형 도선에서 직선도선에 수직인 부분에 작용하는 자기력은 상쇄되며 평행한 부분에만 자기력이 작용한다. 이 때 두 평행한 부분에 흐르는 전류의 방향이 반대이므로 두 부분에 의한 자기력은 서로 반대방향으로 작용한다.

3. 그림의 경우 인력을 (+)방향 척력을 (-)방향으로 하면 왼쪽 평행한 부분은 같은 전류 방향이므로 인력을 오른쪽 평행한 부분은 다른 전류 방향이므로 척력을 받는다.

4. 직사각형 도선이 받는 알짜 자기력은 $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{JA \times J \frac{A}{2}}{d} l - \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{JA \times J \frac{A}{2}}{d+a} l$ 이므로 정리하면 $F = \frac{\mu_0 l a A^2 J^2}{4\pi d(d+a)}$ 이고 인력이다.

8) [정답] ①

[해설]

1. 반지름이 R 이고 중심각이 ϕ 인 원호 도선에 전류 I 가 흐를 때 원호의 중심에서 자기장의 크기는 $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \phi$ 이다.

2. 그림 (가)에서 원호의 중심에서의 자기장의 크기는 $B_0 = \frac{\mu_0 I}{2a}$ 이다.

3. 그림 (나)에서 원호의 왼쪽과 오른쪽의 전기저항이 $R_1 : R_2 = R : 3R$ 이므로 각 부분에 흐르는 전류는 $I_1 : I_2 = 3 : 1$ 이 되므로 $I_1 = \frac{3}{4} I$, $I_2 = \frac{1}{4} I$ 이다. 이 때 전류의 방향이 서로 반대이므로 그림 (나)에서 원호의 중심에서의 자기장은 다음의 절댓값

$B = \left| \frac{\mu_0 I_1}{4a} - \frac{\mu_0 I_2}{4a} \right| = \frac{\mu_0}{4a} \left| \frac{3}{4} I - \frac{1}{4} I \right| = \frac{\mu_0}{8a} I = \frac{1}{4} B_0$ 이다. 또한 I_1 의 전류의 세기가 더 크므로 오른손 규칙에 따라 합성 전기장의 방향은 지면 안으로 들어가는 방향이다.

9) [정답] ①

[해설]

1. 그림 (가)에서 오른손 규칙을 사용하면 자기장이 모두 종이면 바깥 방향이며 그 크기는 두 반원 도선에 의한 자기장의 합성이므로 $B_p = \frac{\mu_0 I_1}{4R} + \frac{\mu_0 I_1}{4(2R)} = \frac{3\mu_0 I_1}{8R}$ 이다.

2. 그림 (나)에서 오른손 규칙을 사용하면 두 반원 도선이 만드는 자기장의 방향이 반대이므로

개념 POINT

두 합성 자기장의 크기는 방향을 고려하여 다음과 같은 절댓값 $B_q = \left| \frac{\mu_0 I_2}{4R} - \frac{\mu_0 I_2}{4(2R)} \right| = \frac{\mu_0 I_2}{8R}$ 이다.

3. 따라서 $B_p = B_q$ 이므로 $\frac{3\mu_0 I_1}{8R} = \frac{\mu_0 I_2}{8R}$ 에서 $\frac{I_2}{I_1} = 3$ 이다.

10) [정답] ①

[해설]

1. 직선 도선에 의한 자기장과 자기력 원리

무한 직선 도선으로부터 거리 r 만큼 떨어진 지점의 자기장세기는 $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$ 이다. 정사각형 도선의 네 변 중 직선도선과 평행한 두 변은 자기력을 크게 받으며, 수직인 두 변이 받는 힘은 서로 상쇄된다. 따라서 정사각형 도선이 받는 전체 자기력(F)은 평행한 두 변이 받는 힘의 차이와 같으므로 $F = I_{\text{정사각형 도선}} \times L_{\text{정사각형 한변}} \times (B_{\text{가까운}} - B_{\text{먼}})$ 이다.

2. 도선 P가 받는 자기력은 $F_P = I_P d \cdot \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{d} - \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{2d} \right) = I_P \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{2}$ 이다.

3. 도선 Q가 받는 자기력은 $F_Q = I_Q \frac{d}{2} \cdot \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{d} - \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\frac{3}{2}d} \right) = I_Q \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{6}$ 이다.

4. 따라서 $F_P = F_Q$ 이므로 대입하여 정리하면 $\frac{I_P}{I_Q} = \frac{1}{3}$ 이다.

11) [정답] ③

[해설]

ㄱ. O에서 A와 B에 의한 자기장의 세기는 0이므로 전류의 방향은 A와 B가 다르다. (참)

ㄴ. O에서 A와 B에 의한 자기장의 세기는 0이므로 I_A , I_B 에 의한 자기장의 크기는 같다. 따라

서 $B_A = \frac{\mu_0}{2} \frac{I_A}{2r}$, $B_B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I_B}{r}$ 이므로 $B_A = B_B$ 에서 $I_A : I_B = 2 : 1$ 이다. (참)

ㄷ. 자기 모멘트를 비교하면 $\mu_A : \mu_B = I_A A_A : I_B A_B = 2I_B \pi (2r)^2 : I_B \pi (r)^2 = 8 : 1$ 이다. (거짓)

12) [정답] ①

[해설]

자기장 B 내에서 속력 v 로 움직이는 전하 q 가 받는 로런츠 힘은 $F = qvB \sin 90^\circ = qvB$ 이므로 이 힘이 구심력이 된다. 따라서 $qvB = m \frac{v^2}{r}$ 이다.

① $qvB = ma$ 에서 $a = \frac{qvB}{m}$ 이다. (거짓)

② $qvB = m \frac{v^2}{r}$ 에서 $v = \frac{qBr}{m}$ 이고 $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \times \frac{m}{qBr} = \frac{2\pi m}{qB}$ 이다. (참)

③ $v = \frac{qBr}{m}$ 에서 $r = \frac{mv}{qB}$ 이다. (참)

④ 전하의 운동에너지는 $\frac{1}{2}mv^2$ 이다. (참)

⑤ 전하가 받는 힘의 크기는 $F = qvB \sin 90^\circ = qvB$ 이다. (참)

13) [정답] ⑤

[해설]

1. 무한 평행판 내에서 정지하고 있던 물체는 역학적 에너지 보존에 의해 $q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2$ 이 성립한다.

2. $qvB = m\frac{v^2}{r}$ 에서 $v = \frac{qBr}{m}$ 이므로 $q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2$ 에 대입하여 정리하면

$$\Delta V = \frac{qB^2r^2}{2m} = \frac{2 \times 4^2 \times 3^2}{2 \times 3} = 48 \text{ V이다.}$$

14) [정답] ②

[해설]

이 문제는 앙페르-맥스웰법칙을 축전기 내부 공간($r < R$)에 적용하여 해결한다.

1. 변위 전류(i_d)의 이해

축전기가 전류 i 로 충전될 때, 판 사이의 빈 공간에는 실제 전하가 흐르지는 않지만 전기장 선속의 변화에 의해 변위 전류(i_d)가 발생한다. 전체 변위 전류의 크기는 외부 도선에 흐르는 전류와 같고, 전기장이 균일하다고 가정했으므로, 중심축으로부터 거리 r 인 원형 단면을 통과

하는 부분 변위 전류 i_{enc} 는 면적비에 비례한다. 따라서 $i_{enc} = i \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = i \frac{r^2}{R^2}$ 이다.

2. 중심축으로부터 거리 r 인 지점에서의 유도 자기장을 B 라고 할 때 앙페르 법칙은

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{enc} \text{이므로 } B(2\pi r) = \mu_0 \left(i \times \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \right) \text{에서 } B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} r \text{이다.}$$

15) [정답] ④

[해설]

1. 홀효과의 경우 전기력과 로런츠 힘이 평형을 이루므로 $qE_H = qvB$ 이므로 $E_H = vB$ 이다. 이 때 홀 전압은 $V_H = E_H d = vBd$ 가 된다.

2. $I = nqv d \cdot t$ (단, t 는 도체의 두께, n 은 단위부피당 전하밀도)이므로 $v = \frac{I}{nqd t}$ 이고 이를

$$V_H = E_H d = vBd \text{에 대입하면 } V_H = \frac{IB}{nqt} \text{이다. 따라서 홀 전압 } V_H \text{는 선폭과 무관하다.}$$

3. 따라서 다른 조건은 동일하고 선폭이 $2d$ 인 도체 띠에 직류 전류 I 가 흐르고, 크기가 $4B$ 인 균일한 자기장을 걸었을 때 선폭 양단 사이의 홀(Hall) 전압은 처음의 4배가 되므로 $4V_H$ 이다.

16) [정답] ③

[해설]

$F = qvB = ma$ 에서 $a = \frac{qvB}{m}$ 이고 $P = \frac{1}{2}mv^2$ 에서 $v = \sqrt{\frac{2P}{m}}$ 이므로 $a = \frac{qB}{m} \sqrt{\frac{2P}{m}} = qB \sqrt{\frac{2P}{m^3}}$ 이다.

17)

[정답] 0.125T

[해설] $F = nB\ell$ 에서

$$B = \frac{F}{n\ell} = \frac{15 - 10}{100 \times 2 \times 0.2} = 0.125(\text{T})$$

18)

[정답] ③

[해설] 동쪽을 $+x$ 방향 서쪽을 $-x$ 방향, 북쪽을 $+y$ 방향 남쪽을 $-y$ 방향, 그리고 연직 위를 $+z$ 방향, 연직 아래를 $-z$ 방향으로 선택을 하자.

ㄱ. 속도의 방향은 $+y$ 이며, 자기장의 방향은 $-z$ 이다. 따라서 $\vec{v} \times \vec{B}$ 의 방향은 $(+\hat{j}) \times (-\hat{k}) = -\hat{i}$ 이며, 힘의 방향도 음의 y 방향으로 $\vec{v} \times \vec{B}$ 와 \vec{F} 의 방향이 같다. 따라서 양전하이다. (O)

ㄴ. 균일한 자기장에 수직으로 입사된 대전입자는 등속원운동을 한다. (O)

ㄷ. 자기력의 크기는 다음과 같다.

$$F = qvB \sin \theta = (2 \times 10^{-6})(5 \times 10^3)(0.5 \times 10^{-3}) \sin 90^\circ = 5 \times 10^{-6} \text{ N} \quad (\text{X})$$

19)

[정답] (1) ② (2) $+z$ 방향 (3) $\frac{E}{B}$

[해설] (1) (+)전하는 전기장 방향으로 힘을 받는다.

(2) 전기력이 $+y$ 방향이므로 자기력은 $-y$ 방향이어야 한다. 따라서 자기장의 방향은 $-z$ 방향이다.

(3) 전기력과 자기력이 같으므로 $qE = qvB \quad \therefore v = \frac{E}{B}$

20) [정답] ③ ㄱ, ㄴ

[해설]

ㄱ. 원형 전류에 의한 자기 모멘트의 방향은 원형 전류 중심에서 원형 전류에 의한 자기장의 방향과 같다. 따라서 자기 모멘트의 방향은 $+z$ 방향이다. (O)

ㄴ. 전류의 세기를 I , 원형 고리의 면적을 A 라 할 때 자기 모멘트 $\mu = IA$ 이다. 따라서 원형 고리에 흐르는 전류 I 가 클수록 자기 모멘트의 크기는 크다. (O)

ㄷ. $\mu = IA$ 로부터 고리의 면적이 작을수록 자기 모멘트의 크기는 작다. (X)

21) [정답] (1) $\vec{B} = B_z \hat{i} - \frac{F_i}{ev_i} \hat{k}$ (2) $-\vec{F}$ (3) $-\vec{F}$

[해설] (1) 자기장의 z 방향 성분을 B_z 라 하면

$$\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow F_i \hat{j} = ev_i \hat{i} \times B_z \hat{k}$$

$$B_z = -\frac{F_i}{ev_i}$$

자기장의 x 방향 성분은 정해지지 않는다.

(2) $\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B}$ 에서 속도가 반대로 되므로, 힘도 반대 방향이 된다. 즉, $-\vec{F}$ 이다.

(3) $\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B}$ 에서 전하량의 부호가 반대가 되므로, 힘도 반대 방향이 된다.

22) [정답] ⑤

[해설]

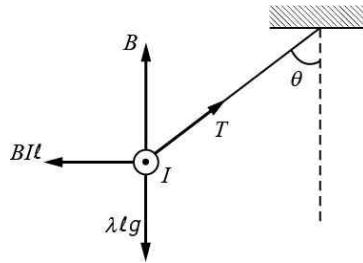
(가)에서 도선에 작용하는 탄성력의 크기를 F 라 하고, 도선에 힘의 평형을 적용하면 $mg = F$ 이고, (나)에서 자기장 속에서 도선이 받는 힘의 크기는 BIl 이므로 도선에 힘의 평형을 적용

하면, $mg + BIl = 3F$ 가 되어 $BIl = 2mg$ 이고, $I = \frac{2mg}{Bl}$ 이다.

23) [정답] $\frac{\lambda g}{I} \tan \theta$

[해설] 도선의 길이 l 인 부분을 생각하면, 그림과 같이 중력 $\lambda l g$, 장력 T , 자기력 BIl 을 받는

다.



평형 상태에서

$$\tan \theta = \frac{BIl}{\lambda lg} = \frac{BI}{\lambda g} \Rightarrow B = \frac{\lambda g}{I} \tan \theta$$

24) [정답] (1) $v_0 - \frac{IlB}{m}t$ (2) $\frac{mv_0^2}{2IlB}$

[해설]

$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ 에서 자기력의 크기는 $F = IlB$ 이며 방향은 왼쪽이다. (\vec{L} 의 방향은 전류가 흐르는 방향으로 그림에서 위 방향이다.)

오른쪽을 +라 하면 $a = -\frac{IlB}{m}$ 인 등가속도 운동을 한다.

(1) $v = v_0 + at = v_0 - \frac{IlB}{m}t$

(2) $s = \frac{v_0^2 - 0^2}{2|a|} = \frac{mv_0^2}{2IlB}$

이다.

25) [정답] 0

[해설] 로렌츠 힘과 운동 방향이 직각이므로 자기장이 하는 일은 없다.

26) [정답] ⑤ A, D

[해설]

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}_B}{m} = \frac{q\vec{v}}{m} \times \vec{B}$$

등속원운동의 각속도를 $\vec{\omega}$ 라고 하면

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{v} \text{ 이다.}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q\vec{v}}{m} \times \vec{B} = \left(-\frac{q\vec{B}}{m}\right) \times \vec{v} \text{ 이므로}$$

$$\vec{\omega} = -\frac{q\vec{B}}{m} \text{ 이다.}$$

등속원운동하는 음전하의 각속도벡터의 방향은 자기장의 방향과 같다. 따라서 A, D이다.

27) [정답] 풀이참조

[해설] 원운동의 반지름은 $m \frac{v^2}{r} = qvB$ 에서 $r = \frac{mv}{qB}$ 이다.

운동에너지가 $K = \frac{1}{2}mv^2$ 이므로 $v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$ 이다. 아래의 식을 위에 대입하면

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2K}{m}} = \frac{\sqrt{2Km}}{qB}$$

개념 POINT

개념 POINT

28) [정답] (1) 3.14m (2) 1.30×10^{-3} 초

[해설] (1) 전기장이 해 준 일이 모두 운동 에너지로 된다.

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = qV \text{ 에서 } v = \sqrt{\frac{2E_K}{m}} = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{2 \times 2400 \times 4.8 \times 10^4} = 1.51 \times 10^4 (\text{m/s})$$

자기장 내에서 대전 입자의 구심력은 자기력이므로 $\frac{mv^2}{r} = Bqv$ 에서

$$r = \frac{mv}{Bq} = \frac{v}{B} \frac{m}{q} = \frac{1.51 \times 10^4}{0.1} \times \frac{1}{4.8 \times 10^4} = 3.14 (\text{m})$$

$$(2) T' = \frac{1}{2}T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3.14 \times 3.14}{1.51 \times 10^4} = 1.30 \times 10^{-3} (\text{s})$$

$$29) [\text{정답}] (1) R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV_0}{q}} \quad (2) \Delta t = \pi \frac{m}{qB}$$

[해설]

(1) 먼저 V_0 에 의해 가속하면 물체의 속력이 $\frac{1}{2}mv^2 = qV_0$ 에서 $v = \sqrt{\frac{2qV_0}{m}}$ 이다.

궤도 반지름을 R 이라 하면

$$m \frac{v_0^2}{R} = qv_0 B \text{에서}$$

$$R = \frac{mv_0}{qB} = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qV_0}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV_0}{q}}$$

(2) 반주기가 걸린다.

$$m \frac{v_0^2}{R} = qv_0 B \text{에서 } v_0 = \frac{qBR}{m}$$

반원을 그리면 되므로

$$\Delta t = \frac{\pi R}{v_0} = \pi \frac{m}{qB}$$

$$30) [\text{정답}] (1) \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad (2) \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}} \quad (3) \sqrt{2} \text{ 배}$$

[해설]

(1) 전기장에 의하여 가속이 되므로 $qV = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$

(2) 로렌츠 힘이 구심력의 역할을 하므로 $\frac{mv^2}{r} = Bqv \Rightarrow r = \frac{mv}{Bq} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$

(3) (2)에서 운동 반지름은 가속 전압의 제곱근에 비례하므로 가속 전압이 2배로 되면 반지름은 $\sqrt{2}$ 배로 된다.

31) [정답] ① $\sqrt{2} : 1$

[해설]

균일한 전기장 영역에서 A가 P까지 도달하는 데 걸린 시간을 $2t$ 라고 하면, 균일한 전기장 영역에서 B가 P까지 도달하는 데 걸린 시간 t 이다. A와 B의 전하량을 각각 q_A , q_B 라 할 때 균일한 전기장에서 A와 B가 y 축 방향으로 이동한 거리의 비는

$$R_A : R_B = 4q_A : q_B \quad \therefore \textcircled{1}$$

이다.

등속 원운동의 반지름은 $R = \frac{mv}{qB}$ 이므로 자기장 영역에서 A와 B의 회전 반지름의 비는

$$R_A : R_B = \frac{1}{q_A} : \frac{2}{q_B} \dots \textcircled{2} \text{이다.}$$

위의 두 ①과 ②의 비례식을 이용하면 $R_A : R_B = \sqrt{2} : 1$ 이다.

32) [정답] (1) $-2.5 \times 10^{-6} \text{T} \cdot \text{m}$ (2) 0

[해설] (1) 왼쪽 경로는 오른손 법칙에 의해 들어가는 방향 전류가 (+)이다.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \times (i - 2i) = 4\pi \times 10^{-7} \text{T} \cdot \text{m/A} \times (-2.0\text{A}) = -2.5 \times 10^{-6} \text{T} \cdot \text{m}$$

(2) 오른쪽 경로는 나오는 방향 전류가 (+)이다. 들어간 전류와 나오는 전류가 같으므로

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

33) [정답] ① 0.5 mT

$$B = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{T} \cdot \text{m/A}}{4\pi} \frac{20\text{A}}{4 \times 10^{-3} \text{m}} = 5 \times 10^{-4} \text{T}$$

34) [정답] ④ $\frac{2\pi}{\sqrt{3}\mu_0} r B_{\text{지구}}$

[해설] 앙페르의 오른손 법칙에 의해 전류에 의한 자기장의 방향은 오른쪽이며 그 크기는

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \text{이다. 지구자기장과 합성 자기장이 지구자기장과 } 30^\circ \text{를 이루므로 } B = B_{\text{지구}} \tan 30^\circ$$

$$\text{따라서 } \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{1}{\sqrt{3}} B_{\text{지구}}$$

$$\therefore I = \frac{2\pi}{\sqrt{3}\mu_0} r B_{\text{지구}}$$

이다.

35) [정답] ③ \neg, \perp

[해설] 전류에 의한 자기장

\neg, \perp . 긴 평행한 직선 도선에 흐르는 전류의 방향이 반대이면 자기장이 0인 곳은 두 도선의 바깥쪽에 있으며 전류의 세기가 작은 도선에 가깝게 위치한다. c에서 전류에 의한 자기장이 0 이므로 P와 Q에 흐르는 전류의 방향은 반대이고 전류의 세기는 P에서가 Q에서보다 크다. (O) \perp . a와 b는 P로부터 거리가 같다. a에서 P에 의한 자기장과 Q에 의한 자기장의 방향은 반대 이고, b에서 P에 의한 자기장과 Q에 의한 자기장의 방향은 같으므로 전류에 의한 자기장의 세기는 b에서가 a에서보다 크다. (X)

36) [정답] ① $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}(\pi + 1)$

[해설] 오른쪽을 x 축, 위쪽을 y 축 나오는 방향을 z 축으로 선택을 하자.

$$\text{직선 부분이 만드는 자기장은 } \vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 i}{2\pi R} \hat{k}$$

$$\text{원형 고리가 만드는 자기장은 } \vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 i}{2R} \hat{k}$$

$$\text{따라서, 원형 도선의 중심에서 전체 자기장은 } \vec{B}_C = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 i}{2R} \left(\frac{1}{\pi} + 1 \right) \hat{k} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi R} (\pi + 1) \hat{k}$$

37) [정답] (1) $\frac{\mu_0 i r}{2\pi c^2}$ (2) $\frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ (3) $\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \left(\frac{a^2 - r^2}{a^2 - b^2} \right)$ (4) 0

(5) 풀이 참조

[해설] 점선으로 표시된 반지름 r 의 Ampere 곡선에 대해 Ampere 법칙을 적용하면

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{enc}} \Rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 i_{\text{enc}}$$

$$(1) \ r < c \text{ 이면, } i_{\text{enc}} = \frac{r^2}{c^2} i \quad B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi c^2}$$

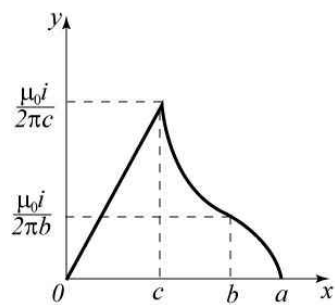
$$(2) \ c < r < b \text{ 이면, } i_{\text{enc}} = i \quad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

$$(3) \ b < r < a \text{ 이면, } i_{\text{enc}} = i - \frac{r^2 - b^2}{a^2 - b^2} i$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \left(1 - \frac{r^2 - b^2}{a^2 - b^2} \right) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \left(\frac{a^2 - r^2}{a^2 - b^2} \right)$$

$$(4) \ r > a \text{ 이면, } i_{\text{enc}} = 0 \quad B = 0$$

(5)



개념 POINT